التخصيص الأمثل للمهام على الموارد المتاحة

د. علي قاسم شتوان
الأكاديمية الليبية
ليبيا
ashetwan@yahoo.com.au

م. حمزة محمد الرجوبي
كلية التقنية الصناعية، مصراتة
ليبيا
hamzaalrajoubi@gmail.com

د. إبراهيم أحمد بادي
كلية الهندسة،مصراتة
ليبيا
ibrahim.badi@hotmail.com

الملخص- **تسعى المؤسسات إلى تحسين أدائها من خلال تقليل التكاليف وزيادة الأرباح للبقاء في سوق العمل وزيادة القدرة التنافسية. إن التخصيص الأمثل للموارد المتاحة يساعد المؤسسات في اتخاذ القرارات المثلى في التخصيص، ويعمل على تقليل التكاليف وتحسين الأداء. تكمن مشكلة الدراسة في أن العديد من المؤسسات في ليبيا تعتمد في عملية التخصيص على أساليب غير فعالة، مما يسبب هدراً كبيراً للوقت وزيادة في التكاليف. تهدف الورقة إلى دراسة التخصيص الأمثل للموارد المتاحة من خلال بناء نموذج رياضي لمسألة التخصيص يعتمد على مصفوفتين. المصفوفة الأولى تتمثل في مصفوفة تخصيص لسائقي نقل منتجات شركة النسيم للصناعات الغذائية بحجم 5×6. أما المصفوفة الثانية تتمثل في مصفوفة الأداء لموظفي إدارة صيانة محطة الكهرباء بالشركة الليبية للحديد والصلب بحجم 14×12. تم حل النموذج الرياضي باستخدام طريقة البرمجة الخطية السمبلكس من خلال أداة الحل Solver ببرنامج ميكروسوفت اكسل. كذلك تم استخدام الخوارزمية الهنغارية وخوارزمية الواحدات من خلال برمجة خطوات الحل للخوارزميتين بواسطة الماتلاب لمسألتي التخصيص (التقليل والتعظيم). أظهرت النتائج أن طريقة السمبلكس تمكنت من الوصول إلى الحل الأمثل لمصفوفة التخصيص بإجمالي تكلفة قدرها 2275 دينار، وبمعدل أداء قدره 85.58 % لمصفوفة أداء الموظفين. كذلك أظهرت النتائج أن الخوارزمية الهنغارية توصلت إلى الحل الأمثل لمصفوفتي الدراسة. بينما توصلت خوارزمية الواحدات إلى الحل الأمثل لمصفوفة الأداء، ولم تتوصل إلى الحل الأمثل لمصفوفة تخصيص سائقي نقل منتجات شركة النسيم. كما أظهرت الدراسة أيضاً أن اتباع الأساليب العلمية لحل مسائل التخصيص واستخدام البرامج الحاسوبية يساهم في خفض تكاليف سائقي شركة النسيم بنسبة 2.2%، وحَسَّن أداء موظفي الشركة الليبية للحديد والصلب بنسبة 4.75 %.**

الكلمات المفتاحية: **تخصيص، موارد، متاحة، مهام، أمثل.**

1. المقدمة

يُعَد نموذج التخصيص أو التعيين أحد أشكال البرمجة الخطية، فهو على سبيل المثال يَعْتَبر عدد أفراد عارضي العمل يساوي عدد الفرص المطلوبة، أي حالة التوازن باعتبارها مبدأ تقوم عليه عملية التخصيص [1]. في مسألة التخصيص يجب أن يخصص مورد واحد لتلبية حاجة واحدة فقط وهكذا، حتى يتم تخصيص كل الموارد المتاحة لأفضل الاستعمالات الممكنة، وهذا ما يتطلب لمعالجة مثل هذه المسائل أسلوباً خاصاً. المشكلة هنا تتعلق باختيار أفضل تعيين أو تخصيص بحيث يؤدي ذلك لخفض التكاليف أو تعظيم الأرباح [2]. هذه المشكلة تواجه متخذ القرار والذي يسعى لإنجاح المؤسسة وتحسين أدائها وزيادة ربحيتها. وبشكل عام فهي تمثل التخصيص الأمثل لعدد من الأهداف غير القابلة للتجزئة على عدد من المهام [3]. يتم الحصول على التوافق المثالي لتخصيص المهام على الموارد المتاحة عن طريق تعظيم أو تدنية مقياس معين لكفاءة التخصيص [4].

استلمت الورقة بالكامل في 11 اغسطس 2017 وروجعت في 23 اغسطس 2017 وقبلت للنشر في 10 سبتمبر 2017 ونشرت ومتاحة على الشبكة العنكبوتية في 13 سبتمبر 2017

قد تبدوا المسألة عند النظرة الأولى لها بسيطة وسهلة إلا أن واقع الأمر يكمن في صعوبة الحصول على الحل الأمثل بسبب فضاء الحلول الكبير المتاح، وهي تزداد صعوبة وتعقيداً مع ازدياد عدد الآلات أو العمال وكذلك عدد الوظائف المطلوب إنجازها.

تهدف هذه الورقة إلى إيجاد التخصيص الأمثل للمهام على الموارد المتاحة من خلال حالة دراسية تتمثل في مصفوفتين. المصفوفة الأولى تتمثل في مصفوفة تخصيص نقل منتجات شركة النسيم للصناعات الغذائية، والهدف تقليل التكاليف. أما المصفوفة الثانية تتمثل في مصفوفة الأداء لموظفي إدارة صيانة محطة الكهرباء بالشركة الليبية للحديد والصلب، والهدف تعظيم الأداء. تم حل النموذج الرياضي باستخدام أداة الحل Solver ببرنامج ميكروسوفت اكسل، وكذلك باستخدام الخوارزمية الهنغارية وخوارزمية الواحدات من خلال برمجة خطوات الحل للخوارزميتين بواسطة الماتلاب.

2. الدراسات السابقة

تناولت دراسة Mills (2007م) إمكانية استخدام الخوارزمية الهنغارية Hungarian Algorithm لحل مسائل التخصيص ذات الأوزان أو التكاليف المتغيرة. على سبيل المثال في حالات النقل قد يحدث إغلاق غير متوقع لطريق ينعكس ذلك على تغيير تكاليف النقل. الهدف من استخدام الخوارزمية الهنغارية هو إصلاح الحل الأولي الذي تم الحصول عليه قبل التغيير في التكلفة. أظهرت النتائج فعالية الخوارزمية الهنغارية لحل مسائل التخصيص التي تتطلب إعادة الحل من حين إلى آخر [5]. في حين تناولت دراسة Goldengorin (2008م) الخوارزمية الهنغارية، وخوارزمية السمبلكس لحل مصفوفات التخصيص. خلصت الدراسة بكفاءة الخوارزميتين في الوصول إلى الحل الأمثل وفي وقت متقارب باستخدام البرامج الحاسوبية [6]. أما دراسة Kuhn (2010م) تناولت الخوارزمية الهنغارية من خلال دراسة تاريخها وأسلوب ابتكارها وخوارزمية الحل. خَلُصت الدراسة إلى أن الطريقة الهنغارية هي الأفضل من أي طريقة أخرى معروفة في ذلك الوقت [7]. أما دراسة Nizami (2011م) استخدمت الخوارزمية الجينية Genetic Algorithm في حل مصفوفات التخصيص من خلال دراسة مصفوفة تخصيص بحجم 4×4، تمثلت في عدد من الآلات لإنجاز عدد من الوظائف ، ومقارنة نتائج الخوارزمية الجينية بنتائج الخوارزمية الهنغارية. وجد أن الخوارزميتين وصلتا إلى الحل الأمثل [8]. في حين اقترحت دراسة Basirzadeh (2012م) طريقة جديدة لحل مسائل التخصيص عُرفت باسم خوارزمية الواحدات One's Algorithm، تم تطبيق الخوارزمية المقترحة لحل مصفوفة افتراضية بحجم 5×5، وتوصلت إلى الحل الأمثل. خَلُصت الدراسة إلى إمكانية استخدام الخوارزمية في جميع أنواع حالات التخصيص سواء في تقليل التكاليف أو تعظيم الأرباح [9]. أما دراسة Srinivasan (2013م) طبقت طريقة خوارزمية الواحدات لحل مسألة Fuzzy Assignment Problem بحجم 4×4، وتوصلت الخوارزمية إلى الحل الأمثل. كما توصلت الدراسة إلى إمكانية استخدام خوارزمية الواحدات لكل أنواع مسائل Fuzzy Assignment Problems سواء مسائل تقليل التكاليف أو تعظيم الأرباح

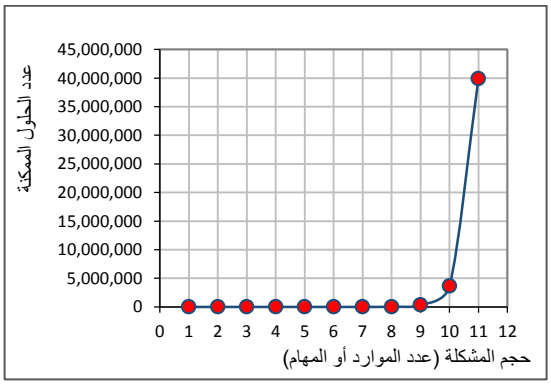
وإمكانية الحصول على الحل الأمثل [10]. في حين اقترحت دراسة Khalid (2014م) بعض الخطوات لتحسين خوارزمية الواحدات One's Assignment Algorithm لحل مسائل التخصيص المتزنة. توصلت الدراسة إلى اقتراح أسلوب لتحسين خوارزمية الواحدات لحل مسائل التخصيص وإمكانية وصوله إلى الحل الأمثل بكفاءة وسرعة [11]. أما دراسة Ghadle (2015م) تناولت مقارنة بين نتائج خوارزمية Hybrid of One's Assignment and Stepping Stone Method, والخوارزمية الهنغارية في حل مصفوفة افتراضية بحجم 4×4. خلصت الدراسة إلى أن Hybrid توصلت إلى الحل الأمثل ضمن خطوات قليلة وتميزت بالبساطة عن الطريقة الهنغارية [12].

يلاحظ أن معظم الدراسات السابقة تناولت مشكلة تخصيص المهام على الموارد المتاحة من خلال تطبيقها على مسائل صغيرة الحجم. كذلك يلاحظ عليها أنها اقتصرت على مسائل التخصيص المتزنة Balanced Assignment Problems ذات مصفوفات مربعة. أكدت جُل الدراسات على إمكانية تخفيض التكاليف أو تعظيم الأرباح وكذلك تحسين الأداء للمؤسسات باستخدام الأساليب العلمية. الدراسة الحالية ستدرس العديد من الخوارزميات والطرق العلمية لتخصيص المهام على الموارد المتاحة بتوسع أكثر، وذلك من خلال صياغة مشكلة التخصيص بنموذج رياضي وتطبيقه على حالة دراسية واقعية. الحالة الدراسية تمثلت في مصفوفتي تخصيص بنوعيها التقليل والتعظيم، وبحجم تخصيص كبير. إضافة إلى ذلك ولكي تشمل الحالة الدراسية الحالات الخاصة لمسائل التخصيص تم اختيار مصفوفتي تخصيص غير متزنة Unbalanced Assignment Problems، وكذلك وجود طرق ممنوعة من التخصيص. تم حل هذا النموذج من خلال إضافة أداة الحل Solver لبرنامج ميكروسوفت اكسل. كذلك تم حل مصفوفتي الدراسة باستخدام الخوارزمية الهنغارية وخوارزمية الواحدات، من خلال برنامج حاسوبي بلغة الماتلاب MATLAB $R2014_a$.

3. التخصيص

يُعرّف نموذج التخصيص بأنه وسيلة تساهم في تحقيق الاستخدام الأمثل للموارد المتاحة بهدف تحقيق أقصى عائد أو تخفيض التكاليف إلى أدنى مستوى ممكن. يستند نموذج التخصيص على أربعة فروض. الفرض الأول وجود عدد متساوي من المهام والموارد، أما الفرض الثاني فهو عدم إمكانية المورد من القيام بأكثر من مهمة واحدة بنفس الوقت. الفرض الثالث فهو يشير إلى أن كلفة أداء كل مهمة معروفة ومحددة مسبقاً، وكذلك مستوى الأداء أو الربحية من كل مهمة معروفة مسبقاً، وأخيراً فرض عدم السالبية [13]. إن استعانة صانع القرار بالمنطق العلمي يعني طرح عدد من الحلول الممكنة لمشكلة الدراسة، وعند تطبيق خوارزميات الحل على هذه المعطيات يتم اختيار الحل الأمثل من بين الحلول والبدائل المتاحة. يمكن تعريف الحل الأمثل لأي مسألة بالحل الذي نختاره من بين عدد كبير من الحلول أو البدائل بحيث نحقق بهذا الحل أعلى مردود ممكن أو أقل تكاليف، كما نحقق جميع الشروط والقيود الموضوعية للمسألة والهدف [14].

في مسائل التخصيص عدد الحلول الممكنة يتم تحديدها من خلال حساب جميع الاحتمالات لعملية التخصيص، ويتم ذلك وفقاً لقاعدة مفكوك العدد للعدد الصحيح الموجب (N!) والذي يمثل حجم المسألة. الشكل (1) يوضح عدد الحلول الممكنة لتخصيص عدد من الموارد على عدد مماثل من المهام. يلاحظ من الشكل (1) أن مصفوفة البيانات بحجم 10×10 عدد حلولها الممكنة يقدر بحوالي 3,628,800 حل ممكن، هذا التزايد الكبير (الأسي) لعدد الحلول يُصعب الوصول إلى الحل الأمثل باستخدام طريقة العد الكامل Complete Enumeration Method (CEM)، ويستغرق وقتاً طويلاً في الحل وأحياناً يكون مستحيلاً، لذا استدعي البحث عن طرق وخوارزميات حل مناسبة لإيجاد الحل الأمثل.



شكل 1. عدد الحلول الممكنة لتخصيص عدد من الموارد على عدد مماثل من المهام

أ. صياغة النموذج الرياضي لمسألة التخصيص

النموذج الرياضي لمسألة التخصيص يمثل بدالة الهدف وقيود المسألة وشرط عدم السالبية، ويمكن توضيح ذلك من خلال مصفوفة بيانات مربعة n^2 (m=n) كالتالي [15]:

$x_{ij} = \{1 \text{ if assign i perf. task j, or 0 if not.}\}$

– دالة الهدف

$$\text{Minimize } Z = \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{n} c_{ij} x_{ij} \qquad (1)$$

– قيود النموذج وتتمثل في الآتي:

i. قيود الموارد أو الوسائل

$$\sum_{j=1}^{n} x_{ij} = 1 \quad \text{for i} = 1,2,\dots,\text{n.}$$

$$\begin{aligned} x_{11} + x_{12} + \dots + x_{1n} &= 1 \\ x_{21} + x_{22} + \dots + x_{2n} &= 1 \\ \vdots \quad & \quad \vdots \\ x_{n1} + x_{n2} + \dots + x_{nn} &= 1 \end{aligned} \qquad (2)$$

ii. قيود المهام

$$\sum_{i=1}^{n} x_{ij} = 1 \quad \text{for j} = 1,2,\dots,\text{n.}$$

$$\begin{aligned} x_{11} + x_{21} + \dots + x_{n1} &= 1 \\ x_{12} + x_{22} + \dots + x_{n2} &= 1 \\ \vdots \quad & \quad \vdots \\ x_{1n} + x_{2n} + \dots + x_{nn} &= 1 \end{aligned} \qquad (3)$$

iii. . قيود عدم السالبية

$$x_{ij} \geq 0 \text{ for all i and j} \qquad (4)$$

$(x_{ij} \text{ binary, for all i and j})$

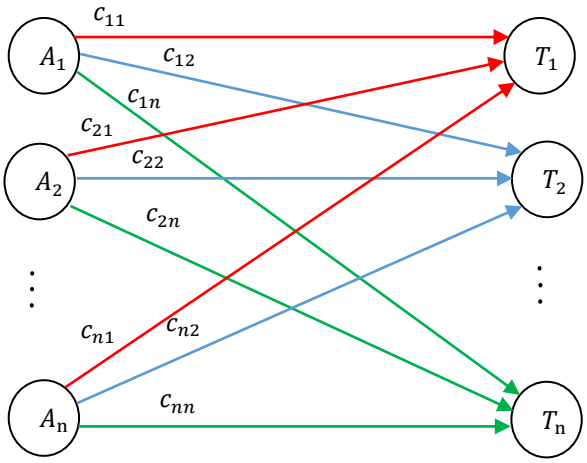
حيث أن:

Z: تمثل دالة الهدف.

x_{ij}: قيمة متغير القرار لكل قيم (i, j) تأخذ أحد قيمتين(0) أو (1).

c_{ij}: تكاليف التخصيص ونعني بها كلفة تخصيص (i) من الوسائل أو العمال لإنجاز (j) من المهام.

يمكن تمثيل بيانات التكاليف لمسألة التخصيص وهي كلف تخصيص العامل أو الوسيلة (i) لإنجاز المهمة (j) كما هو موضح بالشكل (2). يتم توضيح مسألة التخصيص عادة بجدولين يسمى أحدهما جدول التخصيص والذي يبين كيفية توزيع الموارد لإنجاز المهام، قيم عناصره تأخذ أحد القيمتين 0 أو1، وهو يمثل الحل الأمثل. ويسمى الآخر بجدول التكاليف أو الربح والذي يكون معلوم مسبقاً، طبقاً لفرضية نموذج التخصيص [16]. يلاحظ من الشكل (2) أن المسألة تزداد تعقيداً كلما زاد عدد المهام والموارد المتاحة.



شكل 2. التمثيل الشبكي لتكاليف مسألة التخصيص

ب. خوارزميات الحل

هناك العديد من الخوارزميات والطرق المستخدمة في إيجاد الحل الأمثل لمسائل التخصيص، وفيما يلي شرح مختصر لبعض منها [9، 17] :

- طريقة العد الكامل Complete Enumeration Method
- طريقة البرمجة الخطية السمبلكس Linear Programming Method (Simplex)
- الخوارزمية الهنغارية Hungarian Algorithm
- خوارزمية الواحدات للتخصيص One's Assignment Algorithm

1. طريقة العد الكامل

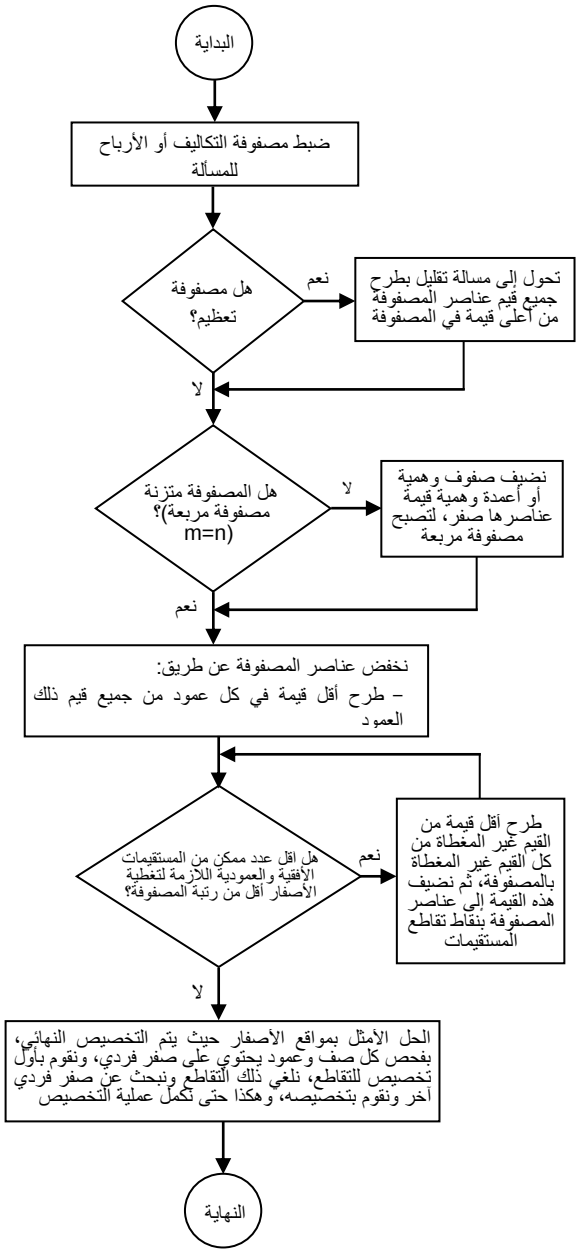
تعد طريقة العد الكامل من أبسط الطرق المستخدمة في حل مسائل التخصيص. إذْ يتم بموجبها حصر وتحديد جميع البدائل الممكنة لتوزيع عدد معين من الوسائل على عدد معين من المهام أو الوظائف، أي حساب جميع الاحتمالات الممكنة لعملية التخصيص ويتم ذلك وفقاً لقاعدة المفكوك (N!)، ثم يختار البديل المناسب الذي يؤدي إلى خفض التكاليف أو زيادة الأرباح على حسب الهدف من عملية التخصيص بالرغم من أن طريقة العد الكامل تضمن الحل الأمثل إلا أنها لا تستخدم في المسائل المعقدة بسبب استغراق الحل إلى وقت طويل جداً وأحساناً استحالة الحل [18].

2. طريقة السمبلكس

تسمى أيضاً بالطريقة المبسطة، وهي طريقة جبرية لحل مسائل البرمجة الخطية تعتمد على جبر المصفوفات، وهي طريقة قياسية ذات كفاءة جيدة، وتستعمل لحل المسائل المعقدة باستخدام برامج حاسوبية [16]. طريقة السمبلكس تبحث عن الحل في منطقة فضاء الحلول الممكنة، وتحسن قيمة دالة الهدف مع كل تكرار حتى تصل إلى الحل الأمثل [15]. طريقة السمبلكس معدة لحل مسائل البرمجة الخطية وباعتبار أن مسائل التخصيص حالة خاصة من مسائل البرمجة الخطية، فهي لها القدرة على إيجاد الحل الأمثل لمسائل التخصيص، وذلك بحل النموذج الرياضي لمسألة التخصيص والمتكون من دالة الهدف وقيود المسألة، بنفس أسلوب حلها لمسائل البرمجة الخطية. طريقة السمبلكس متاحة بأداة الحل Solver في برنامج اكسل، وهي تستعمل فقط لحل المسائل الخطية، والتي كل معادلاتها خطية [19]. لذا تم استخدامها في هذه الدراسة للتحقق من الوصول إلى الحل الأمثل ومقارنة فعالية باقي الخوارزميات المستخدمة في الدراسة في الوصول إلى الحل الأمثل والزمن المستغرق لذلك.

3. الخوارزمية الهنغارية

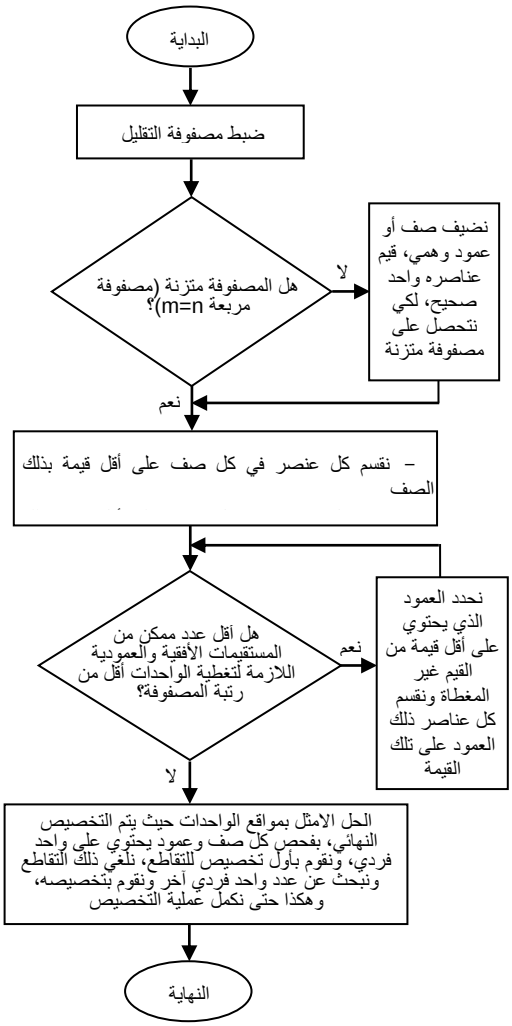
تعد الطريقة الهنغارية أو خوارزمية جونسون من الطرق التقليدية أو الكلاسيكية، والتي عرفت كذلك باسم Kuhn–Munkres Algorithm. هي من أبسط الطرق المستخدمة لحل مسائل التخصيص وأكثرها شيوعاً. وهي تقوم على أساس عمليات مترابطة ومتدرجة [17، 13]. الشكل (3) يوضح المخطط الانسيابي للخوارزمية الهنغارية.



شكل 3. المخطط الانسيابي للخوارزمية الهنغارية

4. خوارزمية الواحدات

تعتبر طريقة حديثة لحل مسائل التخصيص ذات الحجم الكبير، تتميز بمزايا عالية في معالجة مثل هذه المسائل، وذات أداء مقبول، وسهلة الاستخدام، ومناسبة لكل أنواع مسائل التخصيص [10]. خوارزمية الواحدات تقوم على أساس عمليات مترابطة ومتدرجة، مؤسسة على أساس الحصول على بعض الواحدات في مصفوفة التخصيص، ومحاولة ايجاد كل التخصيص بدلالة الواحدات المتكونة. حيث يبدأ بتقليل المصفوفة حتى يتحصل بالضبط على الرقم (1) في كل صف وكل عمود من المصفوفة. شكل (4) يوضح المخطط الانسيابي لخوارزمية الوحدات لمسألة التقليل. في حالة مصفوفة التعظيم يتم التعامل مع أعلى قيمة للعناصر بدلاً من أقل قيمة.



شكل 4. المخطط الانسيابي لخوارزمية الوحدات لمسألة التقليل

4. الحالة الدراسية

الحالة الدراسية تتمثل في مصفوفتين لمسألة التخصيص. المصفوفة الأولى وهي مصفوفة تخصيص نقل منتجات شركة النسيم للصناعات الغذائية إلى خمس مراكز توزيع رئيسية، حجم المصفوفة 5×6 كمثال واقعي لتوزيع منتجات الشركة في المنطقة الغربية بليبيا، والهدف تقليل التكاليف. أما المصفوفة الثانية تتمثل في مصفوفة الأداء لموظفين بإدارة صيانة محطة الكهرباء بالشركة الليبية للحديد والصلب، بحجم 14×12، والهدف تعظيم الأداء. تم استخدام ثلاثة خوارزميات لحل الحالة الدراسية والتي تتمثل في الآتي:

- الخوارزمية الهنغارية Hungarian Algorithm
- خوارزمية الواحدات One's Assignment Algorithm
- طريقة السمبلكس Simplex Method

تم تطبيق الخوارزمية الهنغارية وخوارزمية الواحدات لحل مصفوفتي التخصيص (التقليل والتعظيم)، من خلال برنامج حاسوبي بلغة الماتلاب MATLAB R2014$_a$، كذلك تم تطبيق طريقة السمبلكس لحل المصفوفتين من خلال استخدام أداة الحل Solver ببرنامج ميكروسوفت اكسل.

أولاً: حل مصفوفة التخصيص لنقل منتجات لشركة النسيم للصناعات الغذائية

المصفوفة التالية تمثل تكاليف نقل منتجات شركة النسيم للصناعات الغذائية إلى خمس مراكز توزيع رئيسية في المنطقة الغربية بليبيا. بيانات التكلفة بالدينار الليبي لكل سائق لكل مركز نقل رئيسي [20].

	5	4	3	2	1	مراكز التوزيع
	400	350	1200	400	125	1
	500	500	1300	500	150	2
السائقين	475	450	1400	450	150	3
	400	400	1100	350	140	4
	450	425	1000	400	130	5
	425	500	1250	400	125	6

1) حل مصفوفة التخصيص بتطبيق طريقة السمبلكس بواسطة برنامج اكسل

تم إدخال بيانات مصفوفة التخصيص 5×6 وإضافة منطقة سادسة وهمية A6 قيم عناصرها يساوي صفر لتصبح مصفوفة البيانات مربعة 6×6 إلى برنامج Solver. وصلت طريقة السمبلكس إلى الحل الأمثل بزمن 0.02 ثانية. أما إجمالي التكلفة الناتجة من ذلك التخصيص يقدر بحوالي 2275 دينار ليبي.

من خلال الحل الذي تم الوصول إليه تم استبعاد السائق رقم 3، كما يلاحظ أن السائق رقم 2 تم تخصيصه للمنطقة رقم 1 وهو يتساوى في قيمة النقل مع السائق رقم 3 لهذه المنطقة بقيمة (150 دينار)، وهذا يعطي الخيار باستبعاد السائق رقم 2 أو السائق رقم 3 دون أن يؤثر ذلك في قيمة التكلفة الكلية.

يمكن إعادة صياغة ناتج أداة الحل بورقة عمل اكسل، وإجمالي التكلفة الناتجة من خلال تخصيص السائقين لنقل منتجات الشركة إلى مراكز التوزيع الرئيسية، حيث تم تخصيص كل سائق للمنطقة المناظر لها كما هو موضح بالجدول (1).

جدول 1. تخصيص السائقين باستخدام طريقة السمبلكس

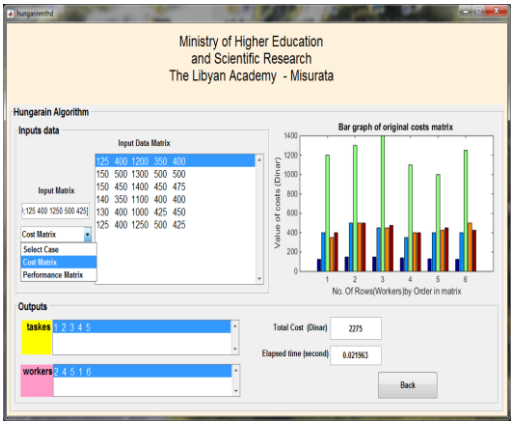
المنطقة	1	2	3	4	5	6
السائق	2	4	5	1	6	3
التكلفة الإجمالية	2275 دينار ليبي					

2) حل مصفوفة التخصيص بتطبيق الخوارزمية الهنغارية بواسطة الماتلاب

عند تنفيذ البرنامج يتم الحصول على رسم بياني لمصفوفة الإدخال وعلى ناتج التخصيص والتكلفة الإجمالية للتخصيص كما هو موضح بالشكل (5)، حيث يتم تخصيص كل مهمة للسائق المناظر لها حسب نتائج

البرنامج. كذلك يبين شكل (5) رسم لمصفوفة المدخلات، حيث يظهر تباين واختلاف قيم تكاليف النقل للمراكز المختلفة.

يلاحظ من نافذة نتائج برنامج الماتلاب لتخصيص مصفوفة التكاليف الموضحة بالشكل (5)، أن عدد المهام يساوي 5 والتي تمثل المناطق المرغوب نقل منتجات شركة النسيم إليها، بينما يمثل العمال السائقين المراد تخصيصهم. يتم تخصيص كل مهمة للسائق المناظر لها، وحسب نتائج البرنامج لتطبيق الخوارزمية الهنغارية يلاحظ أن السائق رقم 3 تم استبعاده في هذا التخصيص لأن عدد مناطق التوزيع الرئيسية أقل من عدد السائقين. التكلفة الإجمالية للتخصيص الأمثل الذي تم الوصول إليه باستخدام الخوارزمية الهنغارية تساوي 2275 دينار ليبي. من خلال نتائج برنامج الماتلاب لتطبيق الخوارزمية الهنغارية يلاحظ تطابق نتائجه مع نتائج تطبيق طريقة السمبلكس، والوصول إلى الحل الأمثل.



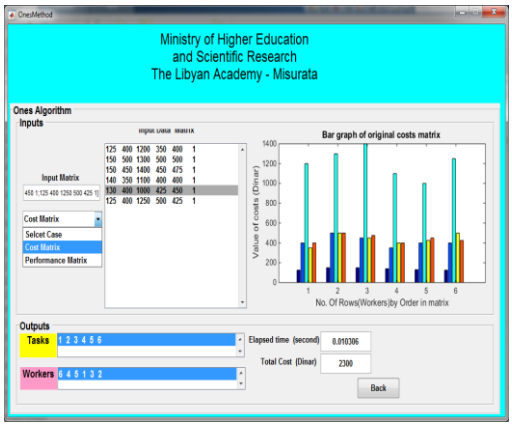
شكل 5. نتائج تخصيص السائقين بتطبيق الخوارزمية الهنغارية بالماتلاب

3) حل مصفوفة التخصيص بتطبيق خوارزمية الواحدات بواسطة الماتلاب

عند تنفيذ البرنامج يتم الحصول على رسم بياني لمصفوفة الإدخال وعلى نتائج التخصيص والتكلفة الإجمالية للتخصيص كما هو موضح بالشكل (6). يلاحظ من نافذة الحل أن مصفوفة المدخلات بحجم 6×6 والتي تتمثل في العمود السادس للمصفوفة هي عمود وهمي قيم عناصره واحد صحيح، والرسم البياني لها يظهر تباين واختلاف قيم تكاليف النقل للمراكز المختلفة. كذلك يظهر الشكل (6) نتائج التخصيص لمصفوفة التخصيص وإجمالي التكلفة وهي تساوي 2300 دينار ليبي، والزمن المستغرق لتنفيذ البرنامج، حيث يتم تخصيص كل مهمة للسائق المناظر لها. وحسب نتائج البرنامج يلاحظ أن السائق رقم 2 تم استبعاده في هذا التخصيص، وهذا يعني أن السائق رقم 2 بدون مهمة نقل.

من خلال نتائج برنامج الماتلاب لتطبيق خوارزمية الواحدات يلاحظ أن التكلفة الإجمالية لعملية التخصيص بلغت 2300 دينار ليبي، بينما كان التخصيص الأمثل لهذه المسألة بتكلفة إجمالية 2275 دينار. من النتائج يمكن حساب نسبة انحراف خوارزمية الواحدات عن الحل الأمثل كالتالي:

$$\text{نسبة الانحراف} = \frac{2300 - 2275}{2275} \times 100\% = 1.098\%$$



شكل 6. نتائج تخصيص السائقين بتطبيق خوارزمية الواحدات بالماتلاب

4) تخصيص السائقين بواسطة شركة النسيم للصناعات الغذائية

تكلفة تخصيص السائقين المقدرة من قبل المهندس المسؤول عن حركة النقل بشركة النسيم للصناعات الغذائية تساوي 2325 دينار ليبي. الجدول (2) يوضح كيفية تخصيص السائقين بواسطة شركة النسيم للصناعات الغذائية.

جدول 2. تخصيص السائقين بواسطة شركة النسيم [20]

المنطقة	1	2	3	4	5	6
السائق	6	3	5	1	4	2
التكلفة الإجمالية	2325 دينار ليبي					

بمقارنة التكلفة الإجمالية الناتجة عن حل مصفوفة التخصيص باستخدام طريقة السمبلكس والتي تساوي 2275 دينار ليبي، مع التكلفة الإجمالية لتخصيص شركة النسيم والتي تساوي 2325 دينار ليبي يلاحظ ارتفاع إجمالي التكاليف لشركة النسيم بمقدار (2325 – 2275 = 50 دينار ليبي). هذا يعني أن نسبة ارتفاع التكلفة للشركة يساوي (50\2275 × 100%=2.2%)، هذه النسبة يمكن تخفيضها باتباع الأساليب العلمية للتخصيص مما يساهم في تقليل التكاليف الكلية للشركة. كذلك يمكن استخدام أسلوب التخصيص في تعظيم الأرباح للشركة، وزيادة الأداء.

ثانياً: حل مصفوفة الأداء لموظفي إدارة صيانة محطة الكهرباء والتحلية :

تم جمع بيانات مصفوفة الأداء لبعض من موظفي إدارة صيانة محطة الكهرباء والتحلية بالشركة الليبية للحديد والصلب كمثال عملي لمصفوفة التعظيم [21]. حجم مصفوفة الأداء 14×12 لدراسة تعيين عدد 12 موظف لعدد 12 وظيفة من إجمالي 14 وظيفة. الوظيفتين رقم (1، 2) نفس المسمى بمعنى وظائف متناظرة، والوظائف رقم (8، 9، 10، 11) نفس المسمى، وكذلك الوظيفتين (13، 14) بنفس المسمى. لذا كل موظف له نفس نقاط الأداء فيها وكذلك التبديل فيها لا يؤثر على مجموع نقاط الأداء الكلي. المطلوب دراسة التخصيص الأمثل للوظائف المتماثلة في تعيين عدد 12 موظف لعدد 12 وظيفة بواقع وظيفة واحدة لكل موظف وحساب معدل وإجمالي نقاط الأداء. عناصر المصفوفة التالية تبين مجموع نقاط الأداء المتوقعة لكل موظف بكل وظيفة، من إجمالي 100 نقطة تمثل أعلى معدل أداء 100% لكل وظيفة. كلما كانت قيمة النقاط المقترحة لأداء الموظف أعلى كان أداءه لتلك الوظيفة أفضل. مصفوفة الأداء المتحصل عليها غير متزنة عدد صفوفها أقل من عدد أعمدتها، ويوجد بها حالات تخصيص ممنوعة رُمز لعناصرها في المصفوفة بالرمز M، وهذا ما يقيد حرية التصرف واتخاذ قرار التخصيص. في هذه الحالة فإن الحل يكون بإلغاء هذا التخصيص وذلك بإعطاء المورد المعني أكبر تكلفة في حالة المسائل من

نوع التقليل، والقيمة صفر في حالة المسائل من نوع التعظيم حتى لا يتم تخصيص ذلك المورد. المصفوفة التالية تمثل الأداء المتوقع للموظفين لكل وظيفة.

الموظفين \ الوظائف	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
1	70	40	30	50	93	50	53	38	65	65	65	65	30	M
2	90	90	75	70	78	55	70	70	70	70	70	65	M	M
3	82	82	85	80	75	90	65	75	75	75	75	70	M	M
4	80	80	65	60	65	70	60	80	80	80	80	81	M	M
5	60	60	65	65	70	68	60	78	78	78	78	77	M	M
6	58	58	40	40	45	50	66	66	66	66	60	60	M	M
7	85	85	90	85	85	85	83	0	0	0	0	90	90	M
8	70	70	70	72	68	75	75	0	0	0	0	92	92	M
9	65	65	68	60	70	70	60	0	0	0	0	95	95	M
10	80	80	85	65	68	75	90	78	78	78	78	85	M	M
11	85	85	87	70	70	72	60	0	0	0	0	90	90	M
12	80	80	75	68	75	75	60	75	75	75	75	70	M	M

1) حل مصفوفة الأداء بتطبيق طريقة السمبلكس بواسطة برنامج اكسل

تم إدخال بيانات مصفوفة الأداء 14×12 وإضافة صفين وهميين قيم عناصرها يساوي صفر لتصبح مصفوفة البيانات مربعة 14×14 إلى ورقة عمل اكسل وتجهيزها. بعد ذلك تم إدخال البيانات لأداة الحل Solver وتحديد خلية الهدف وفئة الحل وهو خيار Max لمسألة تعظيم الأداء لتحديد نوع دالة الهدف، وكذلك تحديد الخلايا المتغيرة والقيود. أظهرت النتائج الحصول على مصفوفة التخصيص المثلى التي تبين كيفية تخصيص الموظفين على الوظائف، وبزمن تنفيذ يساوي تقريباً 0.04 ثانية، وبإجمالي نقاط أداء 1027 نقطة من مجموع 1200 نقطة كحد أقصى لعدد 12 موظف، باعتبار أن أعلى أداء للموظف يمكن أن يصله 100 نقطة. النقاط المتحصل عليها من التخصيص الأمثل تضمن معدل أداء 1027\1200 × 100= 85.58 %.

يمكن إعادة صياغة ناتج تخصيص أداة الحل Solver وإجمالي نقاط أداء الموظفين ومعدل الأداء بورقة اكسل، كما هو موضح بالجدول (3) حيث يتم تخصيص كل موظف للوظيفة المناظر لها.

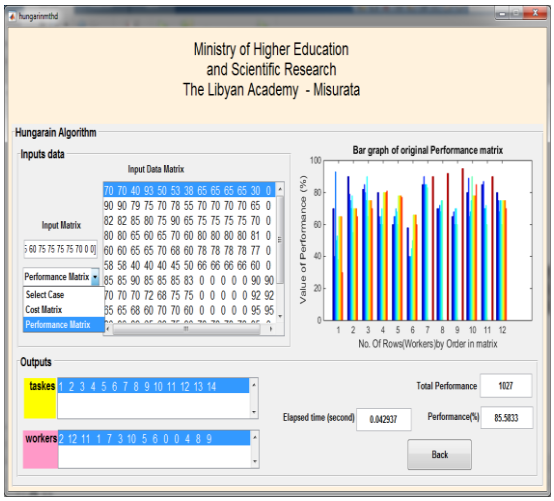
جدول 3. تخصيص الموظفين باستخدام طريقة السمبلكس

الوظيفة	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
الموظف	12	2	11	1	7	3	10	-	6	-	5	4	8	9
إجمالي نقاط الأداء	1027 نقطة													
معدل الأداء	% 85.58													

يلاحظ من نتائج جدول (3) عدم تخصيص الوظيفة رقم (8)، والوظيفة رقم (10)، ذلك لأن المصفوفة غير متزنة، عدد الصفوف لا يساوي عدد الأعمدة.

2) حل مصفوفة الأداء بتطبيق الخوارزمية الهنغارية بواسطة الماتلاب

الشكل (7) يوضح نتائج التخصيص لمصفوفة الأداء للخوارزمية الهنغارية، حيث كان إجمالي نقاط الأداء 1027 نقطة، أي بمعدل أداء كلي للموظفين يساوي 85.58 %، والزمن المستغرق لتنفيذ البرنامج حوالي 0.04 ثانية.

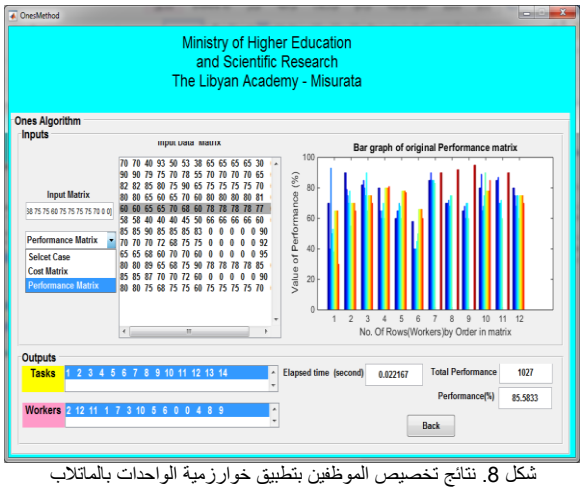


شكل 7. نتائج تخصيص الموظفين بتطبيق الخوارزمية الهنغارية بالماتلاب

من خلال النتائج يلاحظ الوصول إلى الحل بمجموع نقاط إجمالية للتخصيص تساوي 1027 نقطة، وهي مساوية لمجموع النقاط الإجمالية لطريقة السمبلكس التي وصلت إلى الحل الأمثل. هذا يعني أن الخوارزمية الهنغارية وصلت إلى الحل الأمثل. كذلك يلاحظ من نتائج البرنامج وجود أصفار مناظرة للوظيفة رقم (10) والوظيفة رقم (11)، وهذا يعني عدم التخصيص لهذين الوظيفتين، لأن المصفوفة غير متزنة. وكذلك يلاحظ من النتائج أن الاختلاف في الوظائف غير المخصصة بطريقة السمبلكس، والوظائف غير المخصصة بالخوارزمية الهنغارية، لم يغير في قيمة إجمالي نقاط الأداء بسبب وجود وظائف متشابهة (ذات مسمى واحد)، التبديل بينها لا يؤثر في الحل الأمثل.

3) حل مصفوفة الأداء بتطبيق خوارزمية الواحدات بالماتلاب

الشكل (8) يوضح نتائج التخصيص لمصفوفة الأداء لخوارزمية الواحدات بإجمالي نقاط أداء تساوي 1027 نقطة، أي بمعدل أداء يساوي 85.58 %، وبزمن تنفيذ 0.02 ثانية، حيث تم تخصيص كل موظف للوظيفة المناظر لها حسب نتائج البرنامج. كذلك يبين الشكل (8) رسم لمصفوفة المدخلات يظهر فيها تباين واختلاف نقاط الأداء للموظفين.



شكل 8. نتائج تخصيص الموظفين بتطبيق خوارزمية الواحدات بالماتلاب

من خلال نتائج برنامج الماتلاب لتطبيق خوارزمية الواحدات يلاحظ الوصول إلى الحل بمجموع نقاط أداء يساوي 1027 نقطة، مساوية لمجموع النقاط الإجمالية لتخصيص طريقة السمبلكس، ومُطابِقة مع نتائج الخوارزمية الهنغارية. هذا يعني وصول خوارزمية الواحدات إلى الحل الأمثل لمصفوفة الأداء. كذلك يلاحظ من نتائج البرنامج وجود أصفار مناظرة للوظيفة رقم (10)، والوظيفة رقم (11)، وهذا يعني عدم التخصيص لهذين الوظيفتين، لأن المصفوفة غير متزنة.

4) تخصيص الموظفين بواسطة إدارة صيانة محطة الكهرباء والتحلية

جدول (4) يوضح التخصيص الحالي من قبل إدارة صيانة محطة الكهرباء بالشركة الليبية للحديد والصلب بإجمالي نقاط أداء 970 نقطة من مجموع 1200 نقطة، أي بمعدل أداء 80.83%. تم الحصول على هذه البيانات من رئيس قسم الصيانة الكهربائية بمحطة الكهرباء، بحسب الكادر الوظيفي الحالي للشركة. من خلال مقارنة المعدل الأمثل لأداء الموظفين مع معدل أداء تخصيص الشركة، يلاحظ انخفاض معدل الأداء المخصص من قبل الشركة من 85.58% إلى 80.83% أي بنسبة 4.75%. من جانب آخر يمكن حساب نسبة انحراف الأداء لتخصيص الشركة عن إجمالي التخصيص الأمثل كالتالي:

$$\text{نسبة الانحراف} = \frac{1027 - 970}{1027} \times 100\% = 5.55\%$$

هذا يدل على عدم فاعلية التخصيص بطريقة الشركة، ومن الممكن تحسينه لزيادة أداء الموظفين.

جدول 4. تخصيص الموظفين بواسطة إدارة صيانة محطة الكهرباء والتحلية [21]

الوظيفة	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
الموظف	2	8	-	1	9	3	7	6	4	5	12	10	11	-
إجمالي نقاط الأداء	970 نقطة													
معدل الأداء	% 80.83													

5. الخلاصة

تم حل مسألة الدراسة باستخدام طريقة السمبلكس من خلال إضافة أداة الحل Solver لبرنامج ميكروسوفت اكسل. كذلك طُبِقت الخوارزمية الهنغارية وخوارزمية الواحدات من خلال برمجة خطوات الحل للخوارزميتين بواسطة الماتلاب. ولاختبار فاعلية الخوارزميات المستخدمة في حل مصفوفتي الدراسة تم تعقيد مسألة التخصيص من خلال حل مصفوفات تخصيص افتراضية بحجم كبير 20×20 و40×40 لكُلٍ من نوعي دالة الهدف التقليل والتعظيم. وبالتالي فإن عدد الحلول الممكنة للمصفوفتين يساوي 2.432×10^{18}، 8.159×10^{47} على التوالي. الجدول (5) يبين نتائج إجمالي التكلفة والزمن المستغرق لتنفيذ البرامج الحاسوبية لحل مصفوفة التخصيص، والمصفوفات الافتراضية الأخرى لمقارنة فعالية الخوارزميات المستخدمة في حل مصفوفات التخصيص دالة هدفها التقليل عند تعقيد المشكلة. بينما يوضح الجدول (6) نتائج إجمالي نقاط الأداء والزمن المستغرق لتنفيذ البرامج الحاسوبية لحل مصفوفة الأداء، والمصفوفات الافتراضية لمقارنة فاعلية الخوارزميات المستخدمة في حل مصفوفات التخصيص دالة هدفها التعظيم عند تعقيد المشكلة. يلاحظ من نتائج خوارزميات الحل بالجدول (5)، والجدول (6) فاعلية الخوارزمية الهنغارية وطريقة السمبلكس في حل مسائل التخصيص والوصول إلى الحل الأمثل. في المقابل تمكنت خوارزمية الواحدات من الوصول إلى الحل الأمثل لأغلب مسائل التخصيص، وكانت نتائجها في العموم قريبة من الحل الأمثل. على سبيل المثال كانت نسبة انحرافها عن الحل الأمثل لمصفوفة التخصيص بحجم 5×6 بحدود 1%، ويلاحظ أنها غير فعالة عندما تكون أحد عناصر مصفوفة التقليل مساوية للصفر، لأنها تقوم على أساس عمليات مترابطة ومتدرجة أساسها قسمة كل عنصر في العمود أو الصف على أقل قيمة بذلك العمود أو الصف، وعند قسمة أي قيمة على الصفر تكون النتيجة غير معرفة. خوارزمية الواحدات وسيلة حديثة لحل مسائل التخصيص ومازالت تحتاج إلى تطوير لتتمكن من الوصول إلى الحل الأمثل في كل مسائل التخصيص.

جدول 5. نتائج الخوارزميات لمصفوفات دالة هدفها التقليل

ت	حجم المصفوفة	الماتلاب				ميكروسوفت (Solver)	
		الهنغارية		الواحدات		السمبلكس	
		إجمالي التكاليف (دينار)	الزمن (ثانية)	إجمالي التكاليف (دينار)	الزمن (ثانية)	إجمالي التكاليف (دينار)	الزمن (ثانية)
1	6×5	2275	0.007	2300	0.012	2275	0.005
2	12×14	395	0.023	435	0.029	395	0.100
3	20×20	3770	0.063	3880	0.043	-	-
4	40×40	7540	0.221	7810	0.415	-	-

- : تعني الحل غير ممكن

جدول 6. نتائج الخوارزميات لمصفوفات دالة هدفها التعظيم

ت	حجم المصفوفة	الماتلاب				ميكروسوفت (Solver)	
		الهنغارية		الواحدات		السمبلكس	
		إجمالي الأداء	الزمن (ثانية)	إجمالي الأداء	الزمن (ثانية)	إجمالي الأداء	الزمن (ثانية)
1	6×5	2990	0.006	2990	0.008	2990	0.015
2	12×14	1027	0.007	1027	0.012	1027	0.007
3	20×20	633	0.069	625	0.095	-	-
4	40×40	1266	0.247	1254	0.543	-	-

كذلك من النتائج يلاحظ محدودية أداة الحل Solver المتاحة في برنامج اكسل لحل مسائل البرمجة الخطية، حيث أن النسخة القياسية لأداة الحل يمكن أن تقدم الحل لمسائل البرمجة الخطية بحيث لا يزيد عدد المتغيرات فيها عن 200 متغير وعدد القيود لا تزيد عن 100 قيد، أي بحدود مصفوفة تخصيص بحجم 14×14. هذا يعني أنه عندما تتعقد المشكلة يصبح من الصعب استخدام أداة الحل Solver وتحتاج إلى خوارزميات خاصة مثل ما تم تطبيقه وتناوله في هذه الورقة. حيث تمكنت الخوارزمية الهنغارية من خلال برنامج الماتلاب من الوصول إلى الحل لمصفوفة تخصيص بحجم 40×40 في زمن قصير يتمثل بجزء من الثانية.

كذلك يلاحظ من النتائج أن نسبة الانحراف عن الحل الأمثل للتخصيص المقدم بواسطة شركة النسيم للصناعات الغذائية لمصفوفة التخصيص 5×6 تساوي 2.2%. هذه النسبة تمثل 50 دينار لمصفوفة التخصيص موضوع الدراسة، أي أن الشركة تخسر 50 دينار في كل مرة يتم فيها تخصيص السائقين لتوزيع المنتجات، وعادة ما يتم التخصيص يومياً لنقل وتوزيع المنتجات إلى مراكز التوزيع الرئيسية، مما يزيد من أهمية اتباع الأساليب العلمية في التخصيص. بينما كانت نسبة الانحراف عن الحل الأمثل لتخصيص الموظفين بمحطة الكهرباء تساوي 4.75% لمصفوفة الأداء بحجم 14×12. هذا الانحراف بسبب انخفاض الأداء المتوقع للموظفين من 85.58% إلى نسبة أداء فعلي 80.83%. هذه الانحرافات تبين أن اتباع الأساليب العلمية في حل مسائل التخصيص يخفض التكاليف ويحسن أداء

المؤسسات. إن عمليات التخصيص بالشركات غير مقتصرة على الموظفين أو السائقين فقط، بل يمكن أن تتوسع لتشمل الآلات والمعدات، مما يزيد من أهمية الوصول إلى الحل الأمثل لتحسين الأداء وزيادة الربحية. كما أظهرت النتائج أن نسبة الانحراف عن الحل الأمثل تزداد كلما زاد حجم المصفوفة وتعقدت المشكلة. هذا بدوره يؤثر سلبياً على الشركات ويزيد من أهمية اتباع الأساليب العلمية للوصول إلى الحل الأمثل الذي يضمن خفض التكاليف، وخاصة للمؤسسات الضخمة التي يزداد فيها عدد العمال وعدد الآلات، ويصبح من الصعب الوصول إلى الحل الأمثل يدوياً، وبالتالي تزداد التكاليف ويَقِل أداء الموظفين والمعدات، ولا تتمكن الشركة من الاستفادة المثلى من الموارد المتاحة في تنفيذ المهام المتنوعة بالشركة، مما يسبب هدراً كبيراً في الوقت وزيادة في التكاليف.

المراجع

[1] عبد الرسول عبد الرزاق الموسوي، (2009م)، المدخل إلى بحوث العمليات، عمان: دار وائل للنشر والتوزيع.

[2] اليمين فالته، (2006م)، بحوث العمليات، القاهرة: ايتراك للنشر والتوزيع.

[3] حيدر محمد فريحات، محمد سليمان عواد، (1998م)، بحوث العمليات النظرية والتطبيقات، عمان: دار الفكر للنشر والتوزيع.

[4] سرور علي سرور، (2005م)، إدارة العمليات، الرياض: دار المريخ للنشر.

[5] Mills-Tettey, et al., (2007). The Dynamic Hungarian Algorithm for the Assignment Problem with Changing Costs, Robotics Institute Carnegie Mellon University Pittsburgh, Pennsylvania 15213.

[6] Goldengorin, B., & Jäger, G. (2008). The Computational Efficiency of Ji-Lee-Li Algorithm for the Assignment Pro. Algorithmic Operations Research, 3(1), University of Halle-Wittenberg D-06099 Halle (Saale), Germany.

[7] Kuhn, H. W. (2010). The Hungarian Method for the Assignment Problem. In 50 Years of Integer Programming 1958-2008 (pp. 29-47). Springer Berlin Heidelberg.

[8] Nizami, S. T., et al. (2011). A New for Finding the Cost of Assignment Problem Using Genetic Algorithm of Artificial Intelligence. IJLTC Board Members, 135.

[9] Basirzadeh, H. (2012). Ones Assignment Method for Solving Assignment Problems. Applied Mathematical Sciences, Shahid Chamran University, Ahvaz, Iran, 6(47),2345-2355.

[10] Srinivasan, A., & Geetharamani, G. (2013). Method for Solving Fuzzy Assignment Problem. Applied Mathematical Sciences, 7(113), 5607-5619.

[11] Khalid, M., Sultana, M., & Zaidi, F. (2014). New Improved Ones Assignment Method. Applied Mathematical Sciences, Federal Urdu University, Karachi-75300, Pakistan, 8(84), 4171-4177.

[12] Ghadle, K., &Muley, Y., (2015), Hybridization of One's Assignment and Stepping Stone Method, Department of Mathematics, Dr. Babasaheb Ambedkar Marathwada University, Aurangabad -431004 (INDIA).

[13] محمد عبد العالي النعيمي، وآخرون، (1999م)، بحوث العمليات، عمان: دار وائل للنشر والتوزيع.

[14] محمد سالم الصفدي، (1999م)، بحوث العمليات: تطبيق وخوارزميات، عمان: دار وائل للنشر والتوزيع.

[15] Blumenfeld, D. (2009). Operations Research Calculations Handbook. CRC Press, Second Edition Printed in the United States of America on acid-free, International Standard Book Number: 978-1-4200-5240-4 (Paperback).

[16] Hillier Frederick, S., & Lieberman Gerald, J. (2005). Introduction to Operations Research: Boston: McGraw-Hill, Printed in Singapore, library of 2004050470.

[17] Kuhn, H. W. (1955). The Hungarian Method for the Assignment Problem. Naval Research Logistics Quarterly, 2(1- 2), 83-97.

[18] حسن ياسين طعمه، وآخرون، (2009م)، بحوث العمليات نماذج وتطبيقات، عمان: دار وائل للنشر والتوزيع.

[19] Harmon, M. (2011). Step-By-Step Optimization With Excel Solver-The Excel Statistical Master. Excel Master Series. ISBN: 978-1-937159-11-5, www.ExcelMasterSeries.com.

[20] تقرير، قسم الحركة والنقل لشركة النسيم للصناعات الغذائية، 17/ 10/ 2016م.

[21] تقرير، قسم الصيانة الكهربائية بمحطة الكهرباء والتحلية بالشركة الليبية للحديد والصلب، 01/ 11/ 2016م.