

# اختبار تأثير أقطاب المراقب على جودة الحالات المقدره

طارق نور الدين القرني  
جامعة المرقب ، الكهربية والحاسوب،  
الخميس ، ليبيا  
tarkgargny@gmail.com

علي عمر الشريف  
جامعة المرقب ، الكهربية والحاسوب،  
الخميس ، ليبيا  
alsharifali1981@gmail.com

عزالدين احمد الصغير  
جامعة المرقب ، الكهربية والحاسوب،  
الخميس ، ليبيا  
izziddien@gmail.com

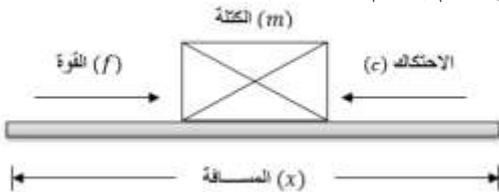
ولمعرفة ما إذا كان هناك فرق بين خرج النظام والمراقب ليس لمعرفة إذا كان هناك خطأ في النموذج أم لا فحسب، ولكن لمعرفة ما إذا كان هنالك فرق في القيم الابتدائية أيضاً، مع الأخذ في الحسبان التشويش المصاحب لقراءة جهاز القياس، هنا يأتي السؤال كيف يمكن أن تحل مشكلة الخطأ هذه إن وجدت سواء كان الخطأ في النموذج الرياضي أو القيم الابتدائية للنظام وكذلك التشويش الموجود في قراءة جهاز القياس؟، هنا يجب الاستفادة من قيمة الخطأ الناتج من مقارنة متغير خرج كل من نموذج المراقب والنظام والتي يتم من خلالها تحديد قيمة التصحيح للمراقب عن طريق كسب التغذية العكسية ، الذي يتم حسابه أو تحديده من أقطاب التشغيل للمراقب.

عملية تحديد مواقع أقطاب مراقب متغيرات فضاء الحالة ليست واحدة لجميع المنظومات بصفة عامة إنما تختلف حسب الظروف، على سبيل المثال، الإزعاجات الخارجية للنظام والتشويش المصاحب لعمليات القياس والأخطاء الموجودة في نموذج المراقب. من تعريف المراقب كما في (شكل 1)، نجد أنه قريب جداً في بنائه من النظام المصمم لمراقبته، إلا أنه يختلف عن النظام الأصلي بكسب التغذية العكسية للخطأ. لاختيار الأقطاب المناسبة للمراقب من عدد لا نهائي من الأقطاب، حيث أنها تمتد للفترة  $(-\infty, 0)$ ، لهذا سيتم اختيار بعض القيم على سبيل المثال لمعرفة تصرف استجابة المراقب ومقارنة هذه الاستجابة مع استجابة النظام الحقيقي وملاحظة قيمة الأخطاء في استجابة الخرج وكذلك استجابة متغيرات الحالة، وهذه الأقطاب عددها يعتمد على درجة النظام، أما كيفية تحديد قيمة هذه الأقطاب فهي لأول مرة تبدو وكأنها تجريبية إلا أنها تعتمد على خبرة المصمم في بناء النموذج الرياضي بطريقة تعامله مع الأخطاء التي تواجهه وكذلك الإمكانيات المتاحة له، فكلما كان المصمم ذو خبرة في بناء المنظومات وبناء المراقب كان من السهل عليه الوصول إلى الأقطاب المناسبة لتشغيل المراقب. ولذلك يجب اختيار أقطاب المراقب المناسبة لإعطاء أفضل أداء للنظام ، ويجب الحفاظ على أخطاء صغيرة إن لم تكن صفراً [5].

سيتم اختبار تأثير أقطاب المراقب بناءً على جودة الحالات المقدره لمعرفة كيفية اختيار مواقع أقطاب المراقب ومدى تأثير تغيير هذه المواقع على نوعية الحالات المقدره، لهذا الغرض سوف نقوم باختبار المراقب في عملية مراقبته لنظام ميكانيكي من الدرجة الثانية وهي عبارة عن عملية التحكم في موضع جسم معين، و يمتلك هذا النظام متغيرين هما متغير الحالة الأول وهو خرج النظام والمتمثل في الموقع الذي تتحرك فيه الكتلة، ومتغير الحالة الثاني هو السرعة التي تتحرك بها الكتلة، وتم إيجاد النموذج الرياضي للنظام باستخدام نموذج فضاء الحالة في الجزء التالي.

## 2. النموذج الفيزيائي والرياضي للنظام

في هذا النظام سوف يتم وصف متغيرات الحالة والتي تتمثل في الموقع  $x_1$  والسرعة  $x_2$ ، حيث إن الدخل للنظام هو عبارة عن قوة خارجية  $f$ ، والخرج منها هو المسافة أو الموقع  $x_1$  الذي يقطعه الجسم المتحرك ويكون شكل النظام مبسط كما في (شكل 2). وفيما يلي سوف نتطرق الى النموذج الفيزيائي للنظام ومن تم تحديد متغيرات الحالة له.



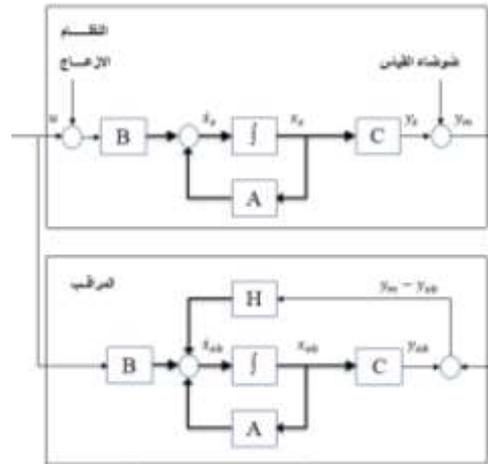
شكل 2. النظام الميكانيكي المتحرك.

المخلص— في هذه الورقة، نوقشت بشكل عام أهم المشاكل التي تحول دون الحصول على متغيرات فضاء الحالة (state space variables) باستخدام مراقب فضاء الحالة (state space observer)، وبشكل خاص من الناحية العملية. حيث تم التركيز على كيفية جعل مراقب فضاء الحالة يؤدي العمل المطلوب منه بطريقة صحيحة، حيث تم توضيح كيفية الاختيار الأمثل لأقطاب للمراقب بحيث تؤمن أفضل أداء للنظام، وذلك من خلال دراسة عملية تفصيلية لكيفية اختيار أقطاب المراقب لغرض مراقبة نظام ميكانيكي، وبيان لكل احتمالات الأخطاء المتوقعة في التجربة وطرق معالجتها كل على حده تارة، ومجموعة تارة أخرى. هذا بالإضافة إلى إعطاء بعض المفاهيم العامة عن المنظومات والظروف التي تؤثر على أداء هذه المنظومات.

الكلمات المفتاحية: مراقب الحالة، أخطاء النموذج وإخطاء القياس، متحكم PID، تحكم أمثل.

## 1. المقدمة

إن العلاقة الرياضية التي تربط ما بين متغيرات فضاء الحالة (state space variables) ومتغيرات دخل النظام وخرجه فتحت المجال للتفكير في توفير متغيرات فضاء الحالة للنظام حسابياً. من هنا جاءت فكرة المراقب فهو يقوم بأخذ نموذج رياضي كامل للنظام يحاكي تصرف النظام الأصلي عند إثارته بأي دخل [1، 3]. ومن خلال تنفيذ المخطط الصندوقي كما في (شكل 1)، نستطيع الحصول على متغيرات فضاء الحالة، ولكن عملية إيجاد النموذج الرياضي الذي يستطيع أن يعبر عن النظام بشكل كامل لا يخلو من القصور أو الأخطاء، خصوصاً في المنظومات الكبيرة ذات المراحل المتعددة، وذلك لعدم إمكانية قياس كل المتغيرات الموجودة في النظام.



شكل 1. المخطط الصندوقي للنظام والمراقب.

ولهذا استوجب تقدير متغيرات الحالة في النظام حسابياً، كما يصعب إيجاد نموذج رياضي دقيق خالي من الأخطاء يصف تصرف النظام [4]، وعليه استوجب الإبقاء على جهاز القياس المستخدم في عملية الحصول على متغيرات الحالة حسابياً لكي يتم مقارنة متغير خرج النظام الفعلي (System) مع متغير خرج النموذج الرياضي للمراقب (Observer) كما سبق.

استلمت الورقة بالكامل في 6 فبراير 2019 وروجعت في 23 فبراير 2019 وقبلت للنشر في 12 مارس 2019

ونشرت ومتاحة على الشبكة العنكبوتية في 18 مارس 2019

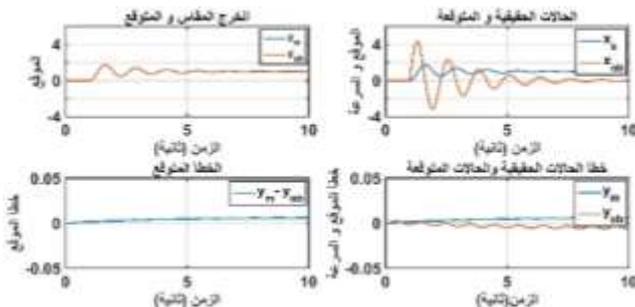
يجعل أداء المراقب مثالي ولا يعتمد على مواقع أقطابه، بسبب ان نموذج المراقب مطابق تماما للنظام مع عدم وجود اي نوع من الإزعاج يؤثر في النظام أو اي تشويش ناتج من عملية قياس خرج النظام.

ب. حالة وجود خطأ النموذج وعدم وجود خطأ القياس.

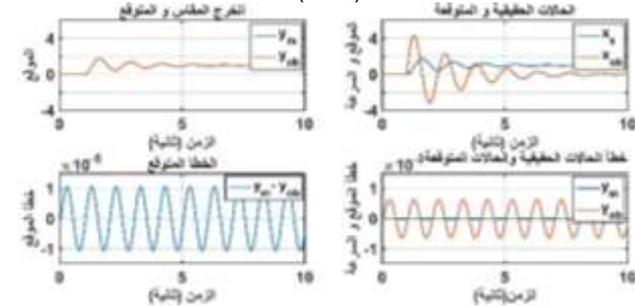
إن خطأ النموذج إما أن يكون عبارة عن اختلاف في القيم الابتدائية بين نموذج المراقب والنظام الحقيقي، أو أن نموذج المراقب لا يعبر بشكل دقيق عن النظام الحقيقي.

من خلال التجربة و في البداية عند تشغيل المراقب بأقطاب بطيئة جداً فمثلاً عند اختبار عملية المراقبة بالقطب (0.1-) وحساب قيمة الخطأ من الخرج ومتغيرات الحالة فكانت استجابة المراقب والنظام لدالة الخطوة كما موضح في (شكل 4). حيث يتضح أن خرج المراقب لا ينطبق على الخرج الحقيقي للنظام وذلك من ملاحظة رسم قيمة الخطأ الخاصة بالخرج يلاحظ أن قيمة الخطأ في تزايد مستمر مع الزمن وهذه الاستجابة غير مرغوب فيها، ويظهر اختلاف واضح بين الاستجابة الحقيقية للنظام والاستجابة المحسوبة بواسطة المراقب وأن الفرق بينهما يتناسب طردياً مع الزمن.

ولكن عند تعيين أقطاب أسرع للمراقب عند (30-) يتلاشى تأثير خطأ النموذج على كل من متغيرات الحالة المولدة من المراقب وخرج المراقب كما موضح في (شكل 5). حيث يلاحظ أن خرج المراقب ينطبق على الخرج الحقيقي للنظام وذلك من ملاحظة رسم قيمة الخطأ الخاصة بالخرج نلاحظ أن لها قيمة صغيرة جداً أقل من (0.000015) وهذه الاستجابة تعتبر مقبولة لصغر قيمة الخطأ نسبياً.



شكل 4. استجابة النظام والمراقب لدالة الخطوة في حالة تشغيل المراقب بقطب تشغيل (0.1-)



شكل 5. استجابة النظام والمراقب لدالة الخطوة في حالة تشغيل المراقب بقطب تشغيل (30-)

و كذلك من ملاحظة رسم استجابة متغيرات الحالة في (شكل 5)، نجد أن متغيرات الحالة المقدرة (استجابة المراقب) قريبة جداً من متغيرات الحالة الحقيقية (استجابة النظام) وذلك من ملاحظة قيمة الخطأ لكل متغير نجد انها ذات قيمة صغيرة جداً، حيث نجد قيمة خطأ المتغير الأول (5 \* 10<sup>-6</sup>) أما قيمة الخطأ للمتغير الثاني فكانت (0.00402). حيث يمكن الحصول على استجابة أفضل منها أي قيمة خطأ أصغر وذلك كلما زادت سرعة القطب.

مما سبق نلاحظ ان خطأ المراقب يقل بشكل واضح وملحوظ كلما زادت سرعة الاقطاب، وهذا ينعكس تأثيره على الخطأ التراكمي، حيث يحسب بتكامل القيمة المطلقة للخطأ بين متغير الحالة الاول (الموقع) للنظام الحقيقي والمراقب، ويرسم كما في (شكل 6). ومنه يتبين انه عند تشغيل

حيث ان القوة المؤثرة على كتلة الجسم  $m$  (و قيمتها 1كجم) هي  $f$  والتي تكون دخلا للنظام و معامل قوة الاحتكاك  $c$  (و قيمته 1 نيوتن) المعاكس لقوة الدخل  $f$  و  $x$  المسافة التي يقطعها الجسم، ولقد تم وصف النظام الميكانيكي عن طريق المعادلات التفاضلية بالاعتماد على قانون نيوتن العام للقوة.

$$m\ddot{x} + c\dot{x} = f \quad (1)$$

حيث تم وصف متغيرات الحالة في النظام كما يلي:

$$x_1 = x, \quad \dot{x}_1 = \dot{x}, \quad \dot{x}_2 = \ddot{x} \quad (2)$$

وباستخدام معادلة (2) يكون النموذج الرياضي للنظام في فضاء الحالة

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & -\frac{c}{m} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{1}{m} \end{bmatrix} f \quad (3)$$

$$y = [1 \quad 0] \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}$$

لتنفيذ التجربة تم تصميم ومحاكاة النظام والمراقب وكذلك تحليل النتائج باستخدام برنامج (MATLAB)، ول معرفة كيفية اختيار الأقطاب المناسبة لتشغيل المراقب تم اختبار المراقب على عدة أقطاب مختلفة وكذلك لعدة احتمالات من الأخطاء المؤثرة على أداء المراقب.

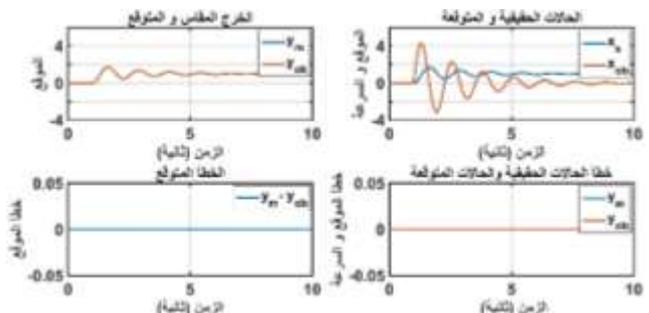
### 3. التجارب الاختبارية وتحليل النتائج.

في هذا الجزء سيتم اختبار تأثير مواقع أقطاب المراقب في حساب متغيرات الحالة للنظام، وذلك (أ) في حالة عدم وجود خطأ النموذج وعدم وجود خطأ القياس. (ب) حالة وجود خطأ النموذج وعدم وجود أخطاء القياس. (ج) حالة عدم وجود خطأ النموذج مع وجود أخطاء القياس. (د) حالة وجود خطأ النموذج مع وجود خطأ القياس.

#### أ. عدم وجود خطأ النموذج وعدم وجود خطأ القياس.

في هذه الحالة سنقوم باختبار مدى استجابة المراقب وقدرته على توليد متغيرات الحالة ومقارنتها مع متغيرات الحالة الحقيقية وحساب قيمة الأخطاء. النظام وضع تحت التغذية العكسية باستخدام حاكم (PID) مع دالة الخطوة كإشارة مرجعية (set point reference signal) لنظام التغذية العكسية السالبة.

بداية عند تشغيل المراقب بقطبان متساويان ومتكرران عند (0.1-) وكذلك عند (10-) وكان الدخل دالة الخطوة، كانت الاستجابة في الحالتين كما هي مبينة (شكل 3).

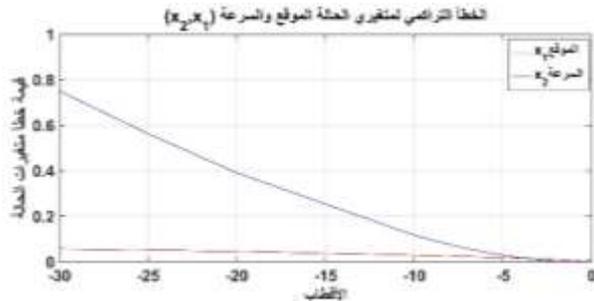


شكل 3. استجابة النظام والمراقب في حالة عدم وجود أي خطأ و تشغيل المراقب بقطبي تشغيل (0.1-) و (10-).

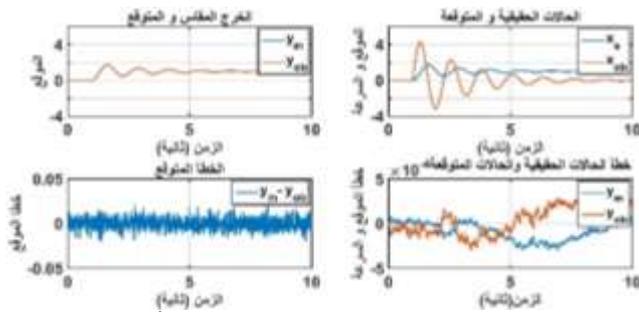
(شكل 3) يوضح كل من استجابة الخرج للنظام وكذلك المراقب، وأيضاً يعرض شكل متغيرات الحالة لكل من المراقب والنظام وهي الموقع والسرعة، وكذلك قيمة خطأ كل من متغيرات الحالة والخرج والتي تمثل الفرق بين القيم الحقيقية للنظام والقيم المحسوبة بواسطة المراقب. كما يوضح أن قيمة الخطأ بين خرج المراقب وخرج النظام تساوي الصفر، وكذلك هو الحال بالنسبة لمتغيرات الحالة، وهذا يعني عدم وجود فرق بين متغيرات الحالة المولدة بواسطة المراقب ومتغيرات الحالة الحقيقية. وهذا

موجوداً والذي سيصل مصاحب للخروج ما بقي تأثير التشويش موجوداً على أجهزة القياس.

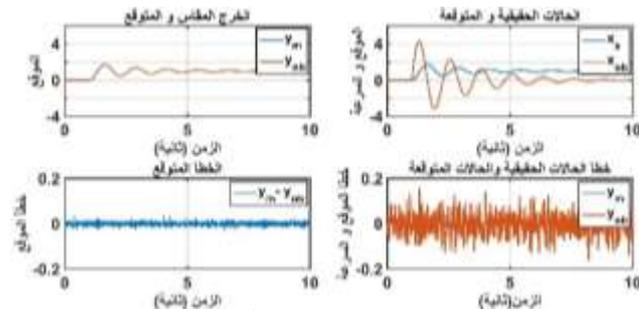
و عند تشغيل المراقب بأقطاب سريعة فمثلا عند القطب (-30) يكون شكل الاستجابة موضحة في (شكل 10). نلاحظ ان التشويش زاد في الخرج بالنسبة للمتغير الحالة الاول (الموقع) وكذلك نلاحظ ان الخطأ لمتغير الحالة الثاني زاد بشكل أوضح عن الاستجابات السابقة بسبب ظهور تشويش على خرج المراقب.



شكل 8. تأثير تغيير الأقطاب على قيمة الخطأ التراكمي لمتغيرات الحالة الأول والثاني في حالة وجود أخطاء القياس.



شكل 9. استجابة النظام والمراقب لدالة الخطوة في حالة وجود خطأ القياس وعند قطب تشغيل (-0.4)



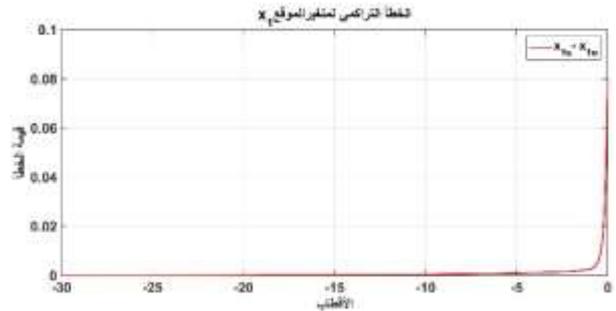
شكل 10. استجابة النظام والمراقب في حالة وجود أخطاء القياس وعند قطب تشغيل (-30)

د. حالة وجود خطأ النموذج مع وجود خطأ القياس.

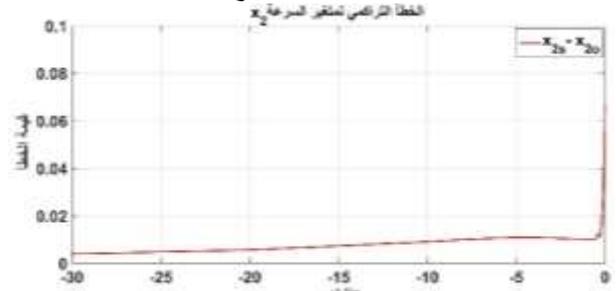
إن خطأ النموذج إما أن يكون عبارة عن اختلاف في القيم الابتدائية بين النموذج والنظام الحقيقي، أو أن النموذج لا يعبر بشكل دقيق عن النظام الحقيقي، وكذلك خطأ القراءة (خطأ القياس) نتيجة لوجود تشويش يؤثر على قراءة جهاز القياس. و أن التشويش الذي يؤثر على قراءة جهاز قياس خرج النظام يجعل المراقب غير قادر على الاعتماد على قيمة الخطأ المحسوب من مقارنة استجابة المراقب واستجابة النظام، لذا فإن قيمة خطأ الخرج لا تعبر عن قيمة الخطأ التي تجعل الاستجابة مقبولة من عدمها بسبب عدم وجود قيمة مرجعية واضحة يتم حساب الخطأ استناداً عليها. أما بالنسبة لخطأ متغير الحالة هو خطأ يمثل الفرق بين متغيرات الحالة الحقيقية للنظام ومتغيرات الحالة المحسوبة من المراقب بشكل خالي من تشويش أجهزة القياس، وبالتالي فإن قيمة الخطأ تمثل هنا مقياس لمدى تنطبق متغيرات الحالة المحسوبة بواسطة المراقب والمتغيرات الحقيقية للنظام.

المراقب بأقطاب بطيئة، تكون قيمة الخطأ التراكمي تقريباً كبيرة بعض الشيء، اما اذا زادت سرعة الاقطاب قلت بذلك قيمة الخطأ التراكمي لمتغير الحالة الاول (الموقع) حتى يصل الى الصفر تقريباً.

وبالمثل فان العلاقة بين تغير الاقطاب والخطأ التراكمي لمتغير الحالة الثاني (السرعة) تكون كما في (شكل 7). حيث يتضح ان في حالة تشغيل المراقب بأقطاب قريبة من الصفر تكون قيمة الخطأ التراكمي تقريباً كبيرة بعض الشيء اما اذا ابتعدت الاقطاب عن الصفر أي زادت سرعتها الى القطب (-1) نجد ان قيمة الخطأ التراكمي تساوي (-0.01029) وعند القطب (-5) زادت واصبحت تساوي (0.01092) ومن ثم كلما ازادت سرعة القطب تدريجياً قلت بذلك قيمة الخطأ التراكمي لمتغير الحالة الثاني حتى يصل الى الصفر تقريباً.



شكل 6. تأثير تغيير الاقطاب على قيمة الخطأ التراكمي لمتغير الحالة الاول (الموقع) في حالة وجود خطأ النموذج.



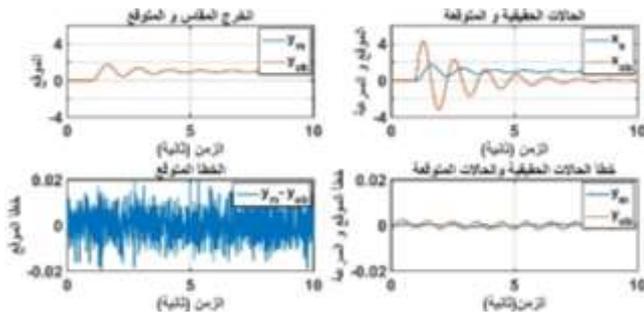
شكل 7. تأثير تغير الاقطاب على قيمة الخطأ التراكمي لمتغير الحالة الثاني (السرعة) في حالة وجود خطأ النموذج.

ج. حالة عدم وجود خطأ النموذج مع وجود خطأ القياس.

في حالة كون النموذج الرياضي للمراقب مطابق تماماً للنظام مع عدم وجود ازعاجات تؤثر على النظام بالإضافة الى أن جهاز القياس غير قادر على إعطاء نتائج دقيقة نتيجة لوجود تشويش يؤثر على قراءته. هذا يعني أن نتيجة المقارنة التي ستتم بين خرج النظام وخرج المراقب ستكون عملية مقارنة غير فعالة، وذلك بسبب عدم وجود قيمة مرجعية خالية من الاخطاء يمكن الاعتماد عليها لحساب قيمة خطأ المراقب.

(شكل 8) بين تأثير تغير مواقع الاقطاب على الخطأ التراكمي لمتغيرات الحالة الاول والثاني. حيث نجد ان المتغير الاول (الموقع) له قيمة خطأ تراكمي (0.009953) عند تشغيله بقطب (-0.1) وتقل هذه القيمة بالابتعاد عن نقطة الاصل حتى تصل الى الصفر عند قطب (-1) ومن ثم تبدأ في الصعود كلما زادت سرعة الاقطاب متجهة الى اليسار، اما متغير الحالة الثاني (السرعة) نجد انه له قيمة خطأ تراكمي (0.009815) عند قطب (-0.1) حيث تقل تدريجياً الى القيمة (0.00206) عند القطب (-0.4) وتكرر بعد ذلك قيمة الخطأ كلما اتجهنا الى اليسار، من هنا نرى ان اقل قيمة للخطأ هي عند قطب (-0.4).

لتوضيح عملية اختيار الأقطاب في حالة وجود تشويش يؤثر على أجهزة القياس سنقوم بعرض بعض من استجابات المراقب عند تشغيله ببعض الأقطاب لبيان مدى تأثير تشويش أجهزة القياس على المراقب وعملية اختيار أقطاب المراقب. حيث نجد عند القطب (-0.4) والذي كانت عنده قيمة خطأ أقل لمتغير الحالة الاول (الموقع) حيث كانت (0.00206)، وكانت الاستجابة كما في (شكل 9). نلاحظ أن التشويش



شكل 14. استجابة النظام والمراقب في حالة وجود أخطاء النموذج والقياس وعند قطب تشغيل (-1)

#### 4. الاستنتاج

من خلال النتائج المتحصل عليها من التجربة نستطيع تكوين صورة عامة عن كيفية التعامل مع الأخطاء التي يتعرض لها (state observer) باستخدام معرفة تأثير أقطاب المراقب على جودة الحالات المقدرة حيث تم استنتاج ما يلي:

في حالة عدم وجود إزعاجات (disturbances) تؤثر على النظام وفي حالة عدم وجود أخطاء في النموذج الرياضي أو القيم الابتدائية (initial conditions) وكذلك عدم وجود تشويش (noise) يؤثر على أجهزة القياس فإن عملية تغيير أقطاب التشغيل لا تؤثر على استجابة النظام والمراقب يستطيع توليد جميع المتغيرات بشكل مثالي و بدون أخطاء.

أما في حالة وجود أخطاء النموذج (modeling errors) ولا يوجد تشويش (noise) يؤثر على جهاز القياس في هذه الحالة نستنتج أنه كلما اخترنا أقطاب تشغيل سريعة كانت جودة النتائج المتحصل عليها من المراقب أفضل وكلما استطاع المراقب القضاء على الخطأ بشكل أسرع أي ان المراقب يصبح معتمد على القياس في حساب متغيرات الحالات أكثر من النموذج.

أما حالة وجود تشويش (noise) في جهاز القياس وعدم وجود أخطاء في نموذج المراقب او ازعاجات تؤثر في النظام في هذه الحالة نستنتج أنه كلما اقتربت اقطاب التشغيل من الصفر أو ألغيت تماماً كانت جودة النتائج المتحصل عليها عالية. أي ان المراقب يصبح معتمد على النموذج في حساب متغيرات الحالة أكثر من القياس.

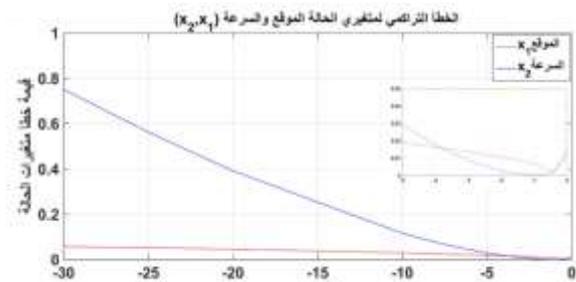
وأخيراً الحالة العملية، وهي وجود أخطاء في نموذج المراقب (modeling error) مع وجود تشويش (noise) يؤثر على جهاز القياس، في هذه الحالة يجب علينا البحث عن قطب تشغيل يستطيع إعطاء نتائج مثالية من خلال بعض الاختبارات، وقيمة هذا القطب تعتمد على قيمة كل من خطأ النموذج وخطأ القياس المؤثر، وأيهما يؤثر بنسبة أكبر على جودة النتائج.

#### 5. المراجع

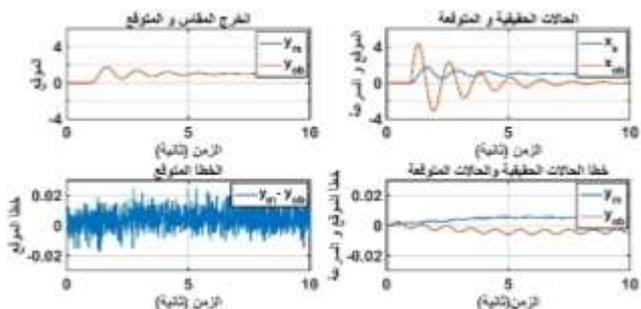
- 1- David G. Luenberger, "Observing the State of a Linear System." IEEE transactions on military electronics, April 1964.
- 2- David G. Luenberger, "An Introduction to Observers." IEEE transactions on automatic control, VOL. ac-16, NO. 6, DECEMBER 1971.
- 3- Katsuhiko Ogata, Modern Control Engineering, Prentice Hall, 2010.
- 4- Hidayat, Z., Babuska, R., De Schutter, B., & Nunez, A. (2011, September). Observers for linear distributed-parameter systems: A survey. In ROSE (pp. 166-171)
- 5- Izziddien Alsogkier, "Empirical Optimization of State Space Controller and Observer Parameters for a Linear Motion Servo Control System". Proceedings of Libyan International (LICET2018), 3 – 7 March 2018, Tripoli – Libya.

(شكل 11) يعرض منحنى العلاقة ما بين الخطأ التراكمي بين متغيرات الحالة للنظام والمراقب. من الملاحظ ان قيمة خطأ متغير الحالة الأول (الموقع) التراكمي عند الاقطاب من (0 : -0.6) في هذه الفترة كلما زادت سرعة القطب قلت تبعاً لذلك قيمة الخطأ التراكمي، ومن القطب (-0.7) إلى سالب ما لا نهاية كلما زادت سرعة القطب زادت بذلك قيمة الخطأ التراكمي فمثلاً عند المراقب بالقطب (-0.1) الذي يحقق أقل نسبة خطأ بالنسبة لمتغير الحالة الثاني (السرعة)، حيث كانت استجابة المراقب (شكل 12).

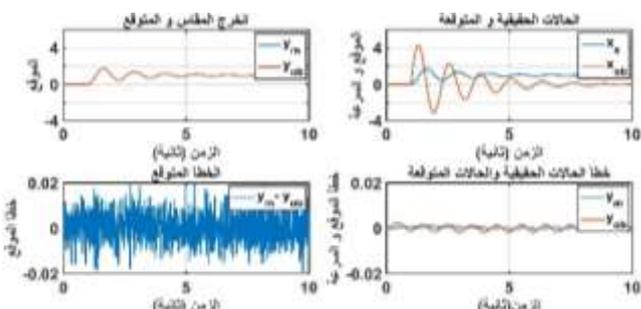
وفيه نجد أن التشويش في قراءة خرج النظام واضح جدا وكذلك من ملاحظة رسم الخطأ الخاص بالخرج. وان أقل قيمة خطأ لمتغير الحالة الأول (الموقع) عند تشغيل المراقب بقطب (-0.6). و استجابة النظام والمراقب عندما يكون الدخل عبارة عن دالة الخطوة وقطب التشغيل عند (-0.6) معروضة كما في (شكل 13). حيث نلاحظ أن تشويش الخرج لازال موجوداً، وأن هذا التشويش سيكون موجود بشكل دائم في حالة وجود أخطاء أجهزة القياس. أما بالنسبة للمتغير الثاني (السرعة) و من أجل الحصول على أقل خطأ لمتغير الحالة الثاني هو بتشغيل المراقب عند قطب (-1)، حيث ان (شكل 14) يعرض استجابة النظام و المراقب عندما يكون الدخل عبارة عن دالة الخطوة وقطب التشغيل، حيث نلاحظ وجود تشويش يؤثر على استجابة الخرج.



شكل 11. تأثير تغيير الأقطاب على قيمة الخطأ التراكمي لمتغيرات الحالة في حالة وجود أخطاء النموذج والقياس



شكل 12. استجابة النظام والمراقب في حالة وجود أخطاء النموذج والقياس وعند قطب تشغيل (-0.1)



شكل 13. استجابة النظام والمراقب في حالة وجود أخطاء النموذج والقياس وعند قطب تشغيل (-0.6)