

# نمذجة سلوك الانحناء في الكمرات الخرسانية المسلحة بألياف الحديد باستخدام برنامج (Midas FEA)

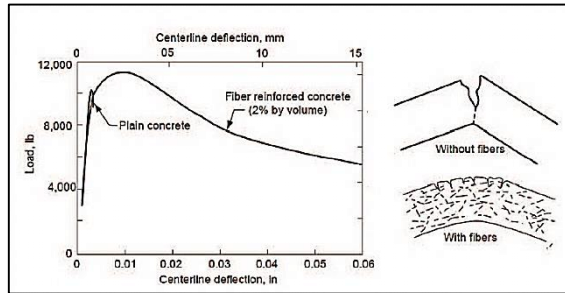
وليد فرج النعاس  
جامعة المرقب، قسم الهندسة المدنية، الخمس، ليبيا  
Waled.alnaas@hotmail.co.uk

الأمين صالح اسريح  
جامعة المرقب، قسم الهندسة المدنية، الخمس، ليبيا  
Lssryh@elmergib.edu.ly

الألياف كمادة منفصلة لها بعض الخصائص المميزة، وتعتبر الألياف المصنوعة من الحديد هي واحدة من أكثر الألياف استخدامًا، حيث أثبتت التحقيقات أن الألياف لديها مقاومة شد عالية ومعامل مرونة عالي يؤدي إلى تحسينات كبيرة في سلوك الشد والانحناء للخرسانة.

## 2. الدراسات السابقة

أثبتت مجموعة من الدراسات السابقة أن تأثير إضافة ألياف الحديد للخلطة الخرسانية على مقاومة الانحناء أكبر بكثير من تأثيرها على الخواص الأخرى، حيث يمكن أن يُنسب ذلك إلى قدرة الألياف على تحمل الأحمال بسبب انتقال الاجهاد من الخرسانة إلى الألياف. بينتور وميندسي [1]، أكدوا بأن قبل حدوث الكسر للخرسانة فإن الخرسانة والألياف يقومان بحمل الأحمال، ولكن بمجرد حدوث كسر للخرسانة فإن الألياف تعمل كجسر يربط مكونات الخلطة الخرسانية مع بعضها البعض، والشكل رقم (1) يوضح المقارنة بين منحنيات الحمل والانحراف لكل من الخرسانة العادية والخرسانة المسلحة بالألياف.



شكل 1. سلوك الخرسانة العادية والألياف المسلحة وآلية تعزيز قوة الانحناء من المعلوم أن الخرسانة العادية يحصل لها فشل مفاجئ بمجرد وصول الحمل إلى قوة الانحناء القصوى، لكن الخرسانة المسلحة الليفية تستمر في تحمل الأحمال حتى تتجاوز حمل الكسر، فعلى عكس سلوك فشل الخرسانة العادية تحت تحميل الانحناء، فإن الخرسانة المسلحة مع الألياف لا يحدث لها انهيار بعد حدوث التشقق الأول [2]. وقد وجد بينتور وميندسي [1] أن مجموع الطاقة الممتصة بواسطة الخرسانة المسلحة مع الألياف الحديدية على الأقل (10-40%) أعلى من الخرسانة الاعتيادية، ودرجة تقوية المتانة تعتمد بشكل كبير على محتوى الألياف وخصائص الألياف ومقاومة الشد للألياف.

ميدا وآخرون [3]، نشروا دراسة عن سلوك الانحناء للكمرات الخرسانية المسلحة مع ألياف الحديد، حيث أظهرت نتائج اختبارات سبعة نماذج من الكمرات الخرسانية المسلحة إلى أن وجود الألياف الحديدية يمكن أن يغير من نمط الانهيار بحيث تم تحديد الانهيار عن طريق تمزق الحديد بدلاً من تكسير الخرسانة. ومن الواضح أن المتانة يكون لها تأثير قوي عند إضافة ألياف الحديد.

كما أظهرت نتائج هذه الدراسة التي أجراها كانغ وآخرون [4] على سلوك الانحناء للكمرات الخرسانية المسلحة مع الألياف الحديدية حدوث زيادة (من 30 إلى 200%) المتحصل عليها من الانحناء والمتانة عن طريق إضافة ألياف الحديد بنسبة حجمية (0.5، 0.75%).

المخلص— يهدف هذا البحث إلى دراسة نمذجة تأثير إضافة ألياف الحديد على سلوك الانحناء في الكمرات الخرسانية المسلحة. حيث تضمنت خطة العمل في هذا البحث مرحلتين: كانت المرحلة الأولى تختص بتجميع الدراسات السابقة النظرية التي اقترحت فيها نماذج رياضية لسلوك خرسانية ألياف الحديد تحت تأثير قوى الضغط والشد المباشر، وكذلك الدراسات السابقة العملية التي أجريت فيها اختبارات الانحناء لكمرات خرسانية مسلحة تحتوي على ألياف الحديد بنسب مختلفة.

فيما اشتملت المرحلة الثانية من هذا البحث على العمل على ادماج أربعة نماذج رياضية مقترحة في دراسات سابقة لتمثيل سلوك خرسانية ألياف الحديد في أحد برامج النمذجة والتحليل بنظرية العناصر المحدودة الشهيرة عالمياً ويسمى (Midas FEA)، واستخدامها في نمذجة كمرات خرسانية مسلحة ومقواه بنسب حجمية مختلفة من ألياف الحديد وذات أبعاد وظروف تحميل مختلفة ومقارنة نتائج سلوك الانحناء المتحصل عليها من النمذجة مع النتائج العملية، وتقييم دقة هذه النماذج الرياضية في تحليل مثل هذا النوع من الخرسانة.

حيث أظهرت نتائج التقييم والمقارنة بين نتائج نمذجة سلوك الانحناء للكمرات الخرسانية باستخدام برنامج (Midas FEA) عند استخدام النماذج الرياضية الأربعة المقترحة أن النموذج الرياضي المقترح من قبل (Lok & Xiao 1999) كان هو الأقرب والأقرب بالمقارنة مع النتائج العملية لجميع العينات حتى مع اختلاف هذه العينات وظروف اختبارها.

الكلمات المفتاحية: خرسانية، ألياف الحديد، كمرات خرسانية، نمذجة

## 1. المقدمة

الخرسانة مادة تتكون من مواد طبيعية معظمها موجود في البيئة المحلية أو في مصادر طبيعية على مسافة قريبة من أماكن تصنيعها، وتتميز بقدرة عالية على تحمل الضغط ولكن العيب الأساسي فيها أن قدرتها على تحمل الشد ضعيفة، لذلك نلجأ لاستخدام حديد تسليح لمقاومة إجهادات الشد عند استخدامها كمادة إنشائية. والخرسانة هي عبارة عن خليط غير متجانس من مواد الاسمنت والركام والماء، حيث تخلط هذه المواد مع بعض بنسب متفاوتة لغرض الحصول على خواص معينة للخرسانة، كذلك يمكن إضافة بعض المواد الأخرى إلى مخلوط الخرسانة أثناء عملية الخلط لتحسين خواصها. ولزيادة مقاومة الشد للخرسانة، يتم استخدام تقنية خلط الألياف الخرسانية، حيث تعمل هذه الألياف زيادة الترابط بين مكونات المخلوط الخرساني وكمانع للتشقق وانتشار الشقوق، كما أن هذه الألياف تتوزع بشكل عشوائي داخل المخلوط الخرساني [1،2]. وتتمثل الأسباب الرئيسية لإضافة الألياف إلى مصفوفة الخرسانة في تحسين استجابة ما بعد التصدع للخرسانة، أي تحسين قدرتها على امتصاص الطاقة والليونة الظاهرة، وتوفير مقاومة التشقق والتحكم في الشقوق كما أنه يساعد في الحفاظ على السلامة الهيكلية والتماسك بين المواد المكونة للخرسانة.

استلمت الورقة بالكامل في 29 أكتوبر 2021 وروجعت في 7 نوفمبر 2021 وقبلت للنشر في 7 نوفمبر 2021،

ونشرت ومتاحة على الشبكة العنكبوتية في 21 نوفمبر 2021.

الأمين صالح اسريح و وليد فرج النعاس/ نمذجة سلوك الانحناء في الكمرات الخرسانية المسلحة بالألياف الحديدية يحتوي برنامج Midas FEA خيارات واسعة من النماذج الأساسية لتعريف خصائص وسلوك المواد المستخدمة. وفي هذا البحث كانت هناك الحاجة إلى اختيار أكثر من نموذج لتعريف نوعية المواد في الكمرات (الخرسانة العادية والليفية وحديد التسليح) كما هو موضح في التالي:

#### ■ الخرسانة (Concrete):

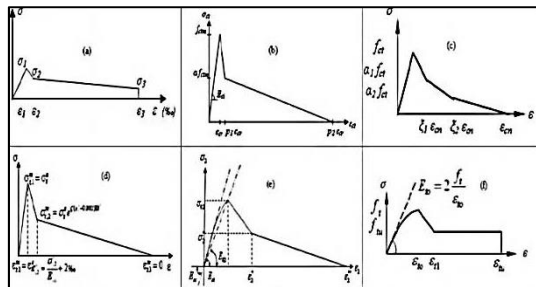
تم اختيار نموذج تشقق الانفعال الكلي (Total Strain Crack) لنمذجة الكمرات الخرسانية في هذه الدراسة وهو النموذج الأكثر شيوعاً لنمذجة وتحليل العناصر الخرسانية. ولتطبيق هذا النموذج في أي من برامج التحليل بطريقة نظرية العناصر المحدودة نحتاج إلى تعريف سلوك الخرسانة تحت تأثير كلا من الضغط والتشد.

حيث في حالة الخرسانة العادية تم اختيار نموذج لتعريف سلوكها في الشد من نسوع (Hordijk Model) ونموذج نوع (Thorenfeldt Model) لتعريف سلوكها في الضغط، وهما المفضلين والمقترحين من قبل الشركة المصممة للبرنامج وايضا وفقاً لنتائج دراسات سابقة على عناصر خرسانية مختلفة. كما تم حساب وإدخال كافة البيانات المطلوبة لتعريف هذين النموذجين وذلك من خلال النتائج المعملية لخواص الخرسانة أو من خلال معادلات مقترحة من أنظمة علمية أو مقترحة في بحوث منشورة في مجلات علمية. أما في حالة الخرسانة المدعمة بالألياف الحديدية فتم اختيار نموذج لتعريف سلوك الشد من نوع (Multi linear)، ونفس النموذج المشار إليه سابقاً في حالة الضغط.

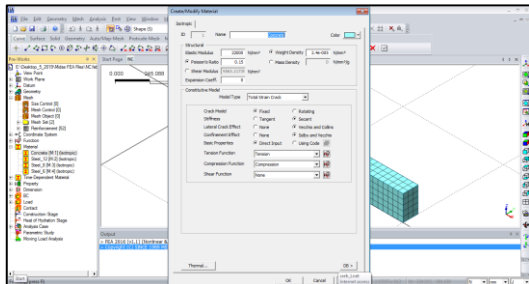
أما في حالة خرسانة ألياف الحديد، فقد نشرت أبحاث عديدة على الخرسانة المسلحة المحتوية على الألياف حيث تم فيها جميعاً الاتفاق على استنتاج أن سلوك مقاومة الانضغاط كان مشابه للخرسانة العادية من حيث السلوك العام وأن الاختلاف يكون في قيم المقاومة القصوى فقط [17-12].

أما لتعريف سلوك خرسانة ألياف الحديد في الشد، فقد قامت مواصفات ريليم [12، 13] بعمل مقترح لمخطط الاجهاد والانفعال ( $\sigma - \epsilon$ ) الموضح في الشكل رقم (a-3) للخرسانة المسلحة بالألياف تحت الشد أحادي المحور. ومن أجل إيجاد قيم المعاملات التي تحدد ( $\sigma - \epsilon$ )، تم استخدام منحنى الحمل المناظر للانحراف لاختبارات الكمرات مشابهة للدراسات التي تم إجرائها على عينات من الكمرات الصغيرة من الخرسانة المسلحة بالألياف الفولاذية واستخدام مفاهيم طاقة الكسر.

بارروس وفايفيراس [14] وتيلمات وآخرون [15] قاموا بتطوير نموذج رياضي لسلوك الشد من مخطط الاجهاد-الانفعال للخرسانة المسلحة بالألياف الحديدية كما هو موضح في الشكل (b-3)، (c-3)، (d-3) على التوالي. أما الشكل (e-3)، (f-3) يوضح نماذج الشد لخرسانة ألياف الحديد التي اقترحها لوك وبيبا [16] ولوك واكسابو [17] على التوالي، وقد تضمنت كل النماذج خصائص صلابة ومطيلية الشد اعتماداً على كمية الألياف التي تم أخذها في الاعتبار.



شكل 3. مخططات الاجهاد والانفعال المقترحة لخرسانة ألياف الحديد تحت الشد



شكل 4. نموذج تعريف خواص الخرسانة

الباحث ألتون وآخرون [5]، درسوا تأثير إضافة الألياف الحديدية على الخواص الميكانيكية للكمرة الخرسانية، واتفقوا على أن كل من الأحمال القصوى ومتانة الانحناء للخرسانة التي لها مقاومة ضغط تبلغ (20، 30 ميجا باسكال) زادت بشكل ملحوظ مع إضافة الألياف الحديدية بنسبة (30، 60 كجم/م<sup>3</sup>).

فيما اختبر عاشور وآخرون [6] 27 كمرة خرسانية مسلحة مضافة إليها ألياف الحديد لدراسة تأثير عدد من العوامل على سلوك الانحناء، حيث تمت إضافة الألياف الحديد بنسبة حجمية (0.5، 1.0 %) لعينات مختلفة مع قوة ضغط للخرسانة (49، 79 و102 ميجا باسكال) ونسبة تسليح الشد بنسبة (1.18، 1.77 و 2.37 %)، النتائج أظهرت أن الألياف ساهمت بشكل كبير في استجابة الكمرات عن طريق زيادة صلابة الانحناء وتعزيز صلابة ما بعد تشقق جميع الكمرات.

أيضاً درس تشونشيانغ وبانتينكون [7] تأثير إضافة الألياف على السلوك الميكانيكي للكمرة الخرسانية المسلحة، ولاحظوا أن إضافة الألياف الحديدية يحسن من الخصائص الميكانيكية للخرسانة ويعطي مقاومة للتشقق الناتجة. علاوة على ذلك، فإن الدراسة سجلت زيادة في أحمال التشقق الأول وانحرافها المنخفض.

كما اقترح كلاً من سوامي وآخرون [8]، وليم وآخرون [9]، والسيد وآخرون [10]، وعاشور وآخرون [11]، نماذج تحليلية لاستنتاج الانحراف اللحظي للكمرة الخرسانية المسلحة مع الألياف الحديدية. وقد تبين أن تأثير الألياف الحديدية على صلابة الانحناء للكمرة أكبر بكثير من تأثيرها على معامل المرونة، ويرجع سبب ذلك إلى قدرة الألياف الحديدية على العمل كمانع للتشقق والتحكم في انتشارها.

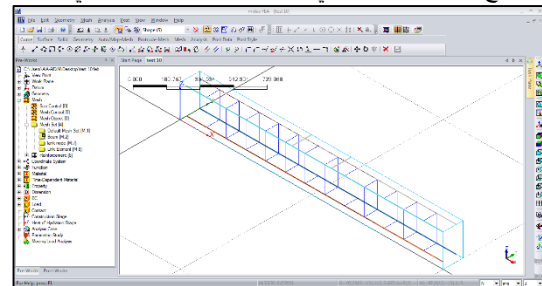
### 3. نمذجة الكمرات الخرسانية باستخدام برنامج Midas (FEA)

هناك العديد من برامج التحليل نظرية العناصر المحدودة (FEA) المتاحة لنمذجة وتحليل المواد المختلفة بشكل عام، ولكن القليل منها فقط ما هو مختص في نمذجة وتحليل العناصر الخرسانية بشكل خاص. لذلك في هذه الدراسة تم استخدام برنامج Midas FEA (V1.1) الصادر من شركة ميداس لتكنولوجيا المعلومات المحدودة. حيث يحتوي هذا البرنامج على أدوات عديدة لنمذجة الأشكال الهندسية وإنشاء الشبكات (Meshing) وتطبيق ومعالجة مختلف القوى وإيجاد الحلول لأنواع تحليلات مختلفة. كما يشمل مجموعة واسعة من حالات التحميل المختلفة للتحليل المتقدم للعناصر والهياكل الإنشائية.

في هذه الدراسة تمت نمذجة وتحليل العينات بطريقة العناصر المحدودة ثلاثية الأبعاد (3D-FEA) لإيجاد منحنى العلاقة بين الحمل والانحراف للكمرة الخرسانية المسلحة التقليدية والمحتوية على ألياف الحديد. والفقرات الآتية ستوضح الخطوات المتبعة لإنشاء النموذج بما في ذلك تعريف المواد وإنشاء العناصر وتكوين الشبكات (Meshing) للعناصر الخرسانية وتطبيق الشروط الحدية والأحمال وإنشاء حالة التحليل المناسبة والحصول على النتائج المطلوبة.

#### أ- نمذجة الأشكال الهندسية

لتمثيل نموذج الكمرة الخرسانية لهذه الدراسة، تم استخدام أدوات الصندوق الصلب (Solid-Box) والخط الثلاثي الأبعاد (3D Line) والمستطيل ثلاثي الأبعاد (3D Rectangle) لنمذجة المقاطع الخرسانية وقضبان الحديد الطولية والكانات على التوالي، كما هو موضح في الشكل رقم (2). وتم إنشاء أربع نماذج لنفس الكمرة بالحجم الكامل ونفس الأبعاد ومواضع حديد التسليح مطابقة للعينات التي تمت صناعتها واختبارها في المعمل.



شكل 2. نمذجة الكمرة الخرسانية وحديد التسليح

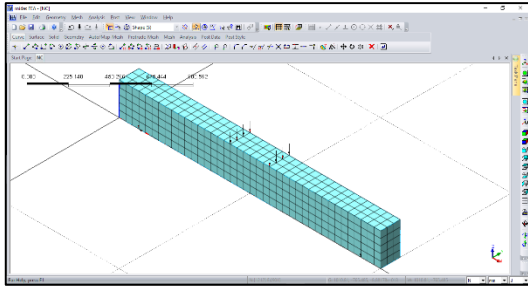
#### ■ حديد التسليح (Reinforcement):

ب- النماذج الأساسية للمواد

(Force Function). مجموع القوى على جميع العقد يطابق لقيمة القوة المسلطة على الكمره الخرسانية.  
أما فيما يتعلق بالشروط الحدية، فيتم تعريف خط أحادي من العقد كنقاط قيود (constraints) في نهاية كل طرف من أطراف الكمره الخرسانية. حيث تم تحديد درجات الحرية (Degrees of Freedom) لكل خط منهما بما يتوافق مع الحالة الإنشائية للكمره البسيطة الإسناد (Simply Supported Beam) وذلك بتحديد أحدهما كنقطة مقيدة الحركة في الاتجاهين الرأسي والأفقي من النوع المفصلي (Hinge) والأخرى كنقطة مقيدة الحركة في الاتجاه الرأسي فقط من النوع المدحرج (Roller) كما هو موضح في الشكل رقم (6).

#### ■ حالة التحليل (Analysis Case):

تم اختيار حالة التحليل اللاخطي (Non Linear Analysis) وطريقة نيوتن رافسون (Newton Raphson Method) لنوعية التكرار أثناء التحليل وذلك للحصول على نتائج دقيقة تحاكي السلوك الحقيقي للعناصر المدروسة.



شكل 6. نمذجة الأحمال والشروط الحدية

#### 4. عينات الدراسة

في هذه الدراسة تم اختيار أربعة أبحاث معملية مختلفة قام بها كلا من: الباحث اسريح وآخرون (2019) [18]، وعاشور وآخرون [19]، وفيصل (1999) [20]، ودريش وآخرون (1999) [21]، والجداول رقم (1) ورقم (2) يوضحان خصائص وأبعاد المقطع للعينات المدروسة وخواص الخرسانة المستخدمة في جميع الدراسات.

جدول 1. أبعاد المقطع والتسليح لعينات الدراسة

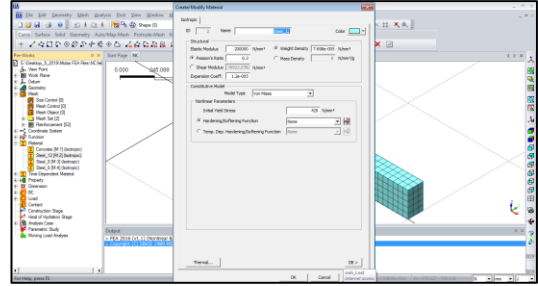
الباحث	أبعاد العينة				خصائص التسليح		
	رقم العينة	b (mm)	h (mm)	L (mm)	As	As'	Stirrups
Sryh et al (2019)	1	150	250	2000	2Ø12	2Ø8	Ø6@150
	2						
	3						
Ashor et al (2000)	1	200	250	3400	2Ø18	2Ø6	Ø8@150
	2						
Faisel et al (1999)	1	100	150	3000	2Ø10	-	-
	2						
Drwish et al (1999)	1	85	150	1360	2Ø16	2Ø8	Ø8@150
	2						
	3						

جدول 2. خواص الخرسانة المستخدمة في عينات الدراسة

الباحث	رقم العينة	نسبة الألياف V.%	خصائص الخرسانة		
			f <sub>c</sub> (MPa)	E <sub>c</sub> (MPa)	f <sub>t</sub> (MPa)
Sryh et al (2019)	1	0.25	21.00	24,000	1.814
	2	0.50	22.60	29,100	2.039
	3	0.75	25.20	35,500	2.319
Ashor et al (2000)	1	0.50	80.87	37,169	4.000
	2	1.00	80.32	38,247	3.880
Faisel et al (1999)	1	0.75	80.87	44,596	2.110
	2	1.50	82.32	44,917	1.560
Drwish et al (1999)	1	0.50	39.20	29,426	2.060
	2	1.00	45.92	31,849	2.230
	3	1.50	50.40	33,366	2.340

#### 5. النماذج الرياضية المستخدمة لتمثيل خرسانة ألياف الحديد

تم تعريف حديد التسليح (الحديد الرئيسي والكانات) باستخدام نموذج (Von Mises Model)، حيث تم أخذ بيانات قيمة معامل مرونة (Modulus of Elasticity) ونسبة بواسون (Poisson's ratio) ومعامل التمدد (Expansion Coefficient) والكثافة الوزنية (Weight Density) من التقرير الفني للمواصفات الصادر عن الشركة المصنعة وتم إدراجها في الخانات المخصصة لذلك في البرنامج وذلك كما هو موضح في الشكل رقم (5).



شكل 5. نموذج تعريف خواص حديد التسليح

#### ■ خاصية المقطع (Property of section):

بعدما تم تعريف خصائص المواد كانت الخطوة التالية في النمذجة هي تحديد خصائص المقطع وتعيين المواد للمقاطع، حيث يوفر برنامج Midas FEA أنواعاً فرعية (sub-type) لإنشاء وإدارة خصائص المقاطع المختلفة للمنشآت الخرسانية. في هذه الخطوة يتم تعريف الجزء الخرساني من الكمره بخاصية مجسم ثلاثي الأبعاد وتعيين نموذج المواد الخاص بكل نوع من أنواع الخرسانة الذي تم استخدامها. أما بالنسبة إلى حديد التسليح فيتم استخدام أحجام مختلفة من قضبان حديد التسليح في الكمرات التي تم إجراء الدراسة عليها، ويتم تعيين نوع نموذج المواد وتعريف مساحة المقطع لكل قضيب بشكل مختلف.

#### ■ أنواع العناصر (Element types):

في هذا النموذج استخدمت العناصر الصلبة (Solid Element) وعناصر التسليح (Reinforcement Element) لنمذجة المقاطع الخرسانية وقضبان التسليح على التوالي. وقد تم توضيح تفاصيل كل نوع من العناصر في النقاط التالية:

تستخدم العناصر الصلبة بشكل عام لنمذجة الهياكل الكبيرة مثل العناصر الخرسانية والجدران السميكة والمقاطع المطاطية ... إلخ. وتتوفر ثلاثة أشكال هندسية للعناصر الصلبة في برنامج Midas FEA (رباعي، خماسي وسداسي الشكل).

كما يوفر برنامج Midas FEA خاصية مباشرة لتحديد عناصر حديد التسليح كعناصر مغمورة (Embedded Reinforcement)، هذه الخاصية تسهل كثيراً من تحديد مفهوم نوعية العناصر للبرنامج في التحليل لتساعده في طريقة نقل الاجهادات بين العنصر الأم وهو الخرسانة والعنصر المغمور وهو في هذه الحالة حديد التسليح.

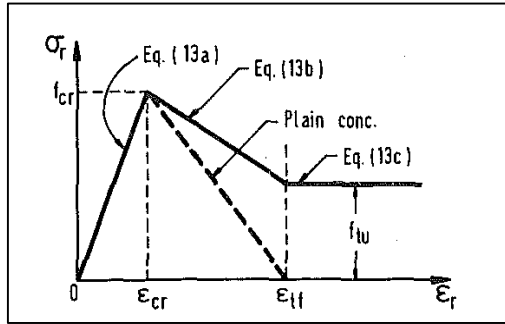
في هذه الدراسة استخدمت عناصر الحديد (Bar Elements) لتعريف قضبان حديد التسليح والكانات حيث يمكن تمثيل قضبان حديد التسليح كخط مستقيم من نقطتين أو منحنى ثلاثي النقاط أو أكثر. وبمجرد اختيار هذا النوع من العناصر سيقوم البرنامج أوتوماتيكياً بتحديد آلية انتقال الاجهادات بين الخرسانة وحديد التسليح.

#### ■ تكوين شبكة التحليل (Meshing):

هناك العديد من الأشكال الهندسية لنمذجة العناصر الخرسانية المسلحة في برنامج (Midas FEA)، المستخدم في هذه الدراسة. وتم اختيار شبكة مستطيلة الشكل للنمذجة، لذلك يتم استخدام عناصر مكعبة الحجم حيث يتم تقسيمها حسب أبعاد الكمره وتم إنشاء الشبكة باستخدام وظيفة (Map-Solid mesh) كما هو مبين في الشكل رقم (6).

#### ■ التحميل والشروط الحدية (Loading and boundary conditions):

يتم تعريف الأحمال في النموذج بشكل يطابق تمامًا ما تم اتباعه في المعمل من قبل الباحثون [18-21]، حيث يتم تسليط قوى مركزة في نقطتين على طول الكمره يبعدان عن بعضها مسافة معينة كما هو موضح في الشكل رقم (6). كما تم تسليط القوى بشكل مركزي خطي مباشرة على العقد المكونة للجزء الخرساني للكمره وذلك باستخدام وظيفة (Node



شكل 8. منحنى الإجهاد والانفعال للنموذج الرياضي (Tan & Mansur 1990)

**المرحلة الأولى (Stage 1):**

$$\begin{aligned} \epsilon_r &\leq \epsilon_{cr} \\ \delta r &= E_c \epsilon_r \\ \epsilon_{cr} &= \frac{f_{cr}}{E_c} \\ f_{cr} &= 0.33\sqrt{f'c} \\ \epsilon_{cr} &= \frac{0.33\sqrt{f'c}}{E_c} \end{aligned}$$

**المرحلة الثانية (Stage 2):**

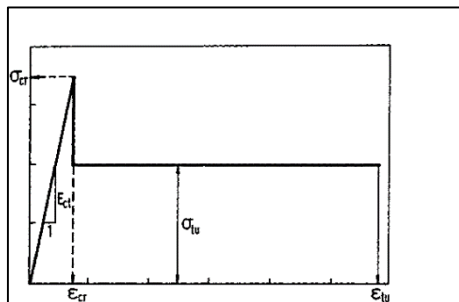
$$\begin{aligned} \epsilon_{cr} &\leq \epsilon_r \leq \epsilon_{tf} \\ \delta r &= (f_{cr} - f_{tu}) \left[ \frac{\epsilon_r - \epsilon_{cr}}{\epsilon_{cr} - \epsilon_{tf}} \right] + f_{cr} \\ f_{tu} &= 2 \eta_1 \eta_0 \tau_{uf} v_f \frac{I_f}{d_f} \\ \epsilon_{tf} &= \epsilon_{cr} \left[ 1 + \frac{1}{0.48} (0.39 + f_{cr}) \right] \end{aligned}$$

**المرحلة الثالثة (Stage 3):**

$$\begin{aligned} \epsilon_r &> \epsilon_{tf} \\ \delta r &= f_{tu} \end{aligned}$$

**ج- النموذج الرياضي (Lim et al 1987):**

ينقسم منحنى الاجهاد والانفعال في هذا النموذج الى ثلاث مراحل، وذلك كما في الشكل رقم (9):



شكل 9. منحنى الإجهاد والانفعال للنموذج الرياضي (Lim et al 1987)

**المرحلة الأولى (Stage 1):**

$$\begin{aligned} \epsilon_r &\leq \epsilon_{cr} \\ \delta r &= E_c \epsilon_r \\ \epsilon_{cr} &= \frac{f_{cr}}{E_c} \\ f_{cr} &= 0.33\sqrt{f'c} \end{aligned}$$

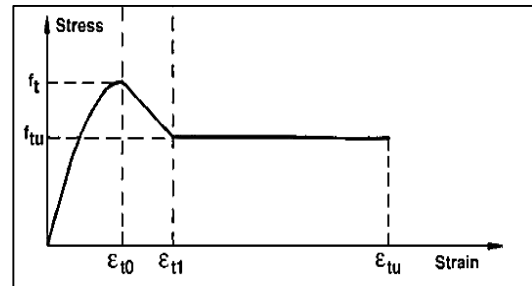
**المرحلة الثانية (Stage 2):**

في حالة خرسانة ألياف الحديد، وكما ذكر فيما سبق هذه الدراسة فإن تعريف سلوك الخرسانة في الضغط لا يتغير في حالة وجود الألياف وأنه مشابه تماماً لسلوك الخرسانة العادية ويختلف فقط في قيمة المقاومة القصوى، لذلك عند نمذجتها باستخدام البرامج الهندسية يتم اختيار نفس نموذج الخرسانة العادية.

أما لتعريف سلوكها في الشد فهناك العديد من النماذج الرياضية المقترحة من قبل باحث في هذا المجال في دراسات سابقة، ولكنها لازالت محل تحقيق ودراسة للتأكد من دقة نتائجها مع اختلاف المتغيرات المؤثرة. في هذه الدراسة تم اختيار أربعة نماذج رياضية لتمثيل سلوك خرسانة ألياف الحديد في الشد تم اقتراحها ونشر نتائج لها في دراسات سابقة، حيث تم دمجها في برنامج Midas FEA واستخدامها في تحليل عينات مختلفة من أجل المقارنة بينها في دقة نتائجها تحت تأثير متغيرات متعددة.

**أ- النموذج الرياضي (Lok & Xaio 1999)**

في هذا النموذج الرياضي تم تقسيم منحنى الإجهاد والانفعال إلى ثلاثة مراحل (3stages) وذلك كما في الشكل رقم (7) وفقاً للاتي:



شكل 7. منحنى الإجهاد والانفعال للنموذج الرياضي (Lok & Xaio 1999)

**المرحلة الأولى (Stage 1):**

$$\begin{aligned} \epsilon &\leq \epsilon_r \leq \epsilon_{t0} \\ \epsilon_{t0} &= \frac{2f_t}{E_0} \\ f_t &= 0.33\sqrt{f'c} \\ \delta r &= f_t \left[ 2 \left( \frac{\epsilon_r}{\epsilon_{t0}} \right) - \left( \frac{\epsilon_r}{\epsilon_{t0}} \right)^2 \right] \end{aligned}$$

**المرحلة الثانية (Stage 2):**

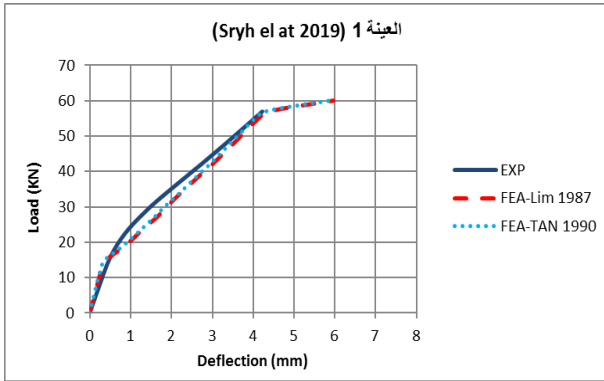
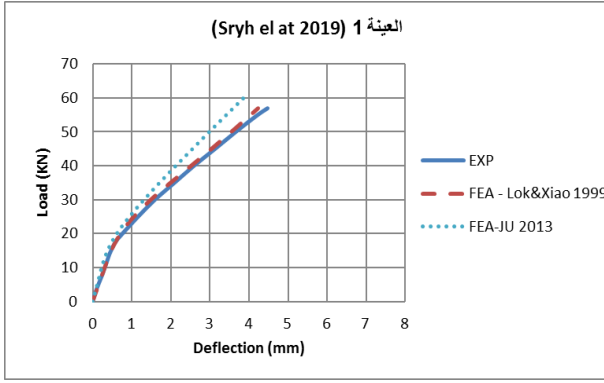
$$\begin{aligned} \epsilon_{t0} &\leq \epsilon_r \leq \epsilon_{t1} \\ \delta r &= f_t \left[ 1 - \left( 1 - \frac{f_{tu}}{f_t} \right) \left( \frac{\epsilon_r - \epsilon_{t0}}{\epsilon_{t1} - \epsilon_{t0}} \right) \right] \\ f_{tu} &= \eta v_f \eta \tau \frac{I_f}{d_f} \\ \epsilon_{t1} &= \tau d \frac{I_f}{d_f} \frac{1}{E_{st}} \end{aligned}$$

**المرحلة الثالثة (Stage 3):**

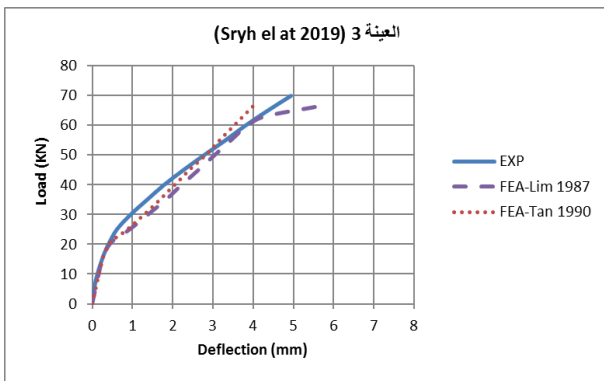
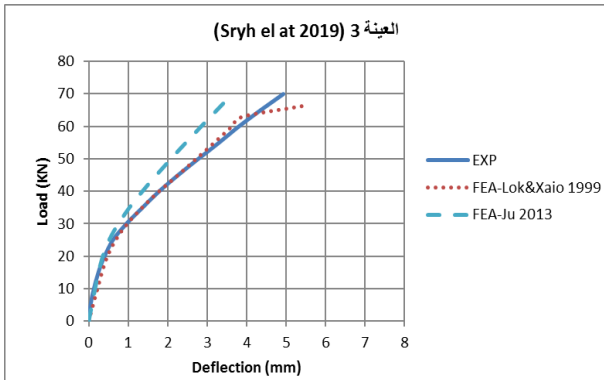
$$\begin{aligned} \epsilon_r &\geq \epsilon_{t1} \\ \delta r &= f_{tu} \end{aligned}$$

**ب- النموذج الرياضي (Tan & Mansur 1990):**

تم تقسيم النموذج الى ثلاث مراحل كما في الشكل (8):



الشكل 11. منحني الحمل والانحراف للعينة رقم 1 في دراسة (Sryh el at 2019)



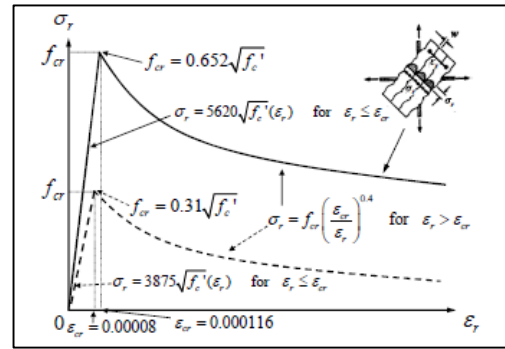
الشكل 12. منحني الحمل والانحراف للعينة رقم 3 في دراسة (Sryh el at 2019)

$$\begin{aligned} \epsilon_{cr} &\leq \epsilon_r \leq \epsilon_{tu} \\ \delta r &= f_{tu} \\ f_{tu} &= 2 \eta_1 \eta_0 \tau_u v_f \frac{lf}{df} \\ \epsilon_{tf} &= \epsilon_{cr} \left[ 1 + \frac{1}{0.48} (0.39 + f_{cr}) \right] \end{aligned}$$

:المرحلة الثالثة (Stage 3)

$$\begin{aligned} \epsilon_r &\geq \epsilon_{tf} \\ \delta r &= f_{tu} \end{aligned}$$

د- النموذج الرياضي (Ju et al 2013)  
في هذا النموذج تم تقسيم منحنى الاجهاد والانفعال إلى مرحلتين فقط، وذلك كما في الشكل رقم (10):



شكل 10. منحنى الإجهاد والانفعال للنموذج الرياضي (Ju et al 2013)

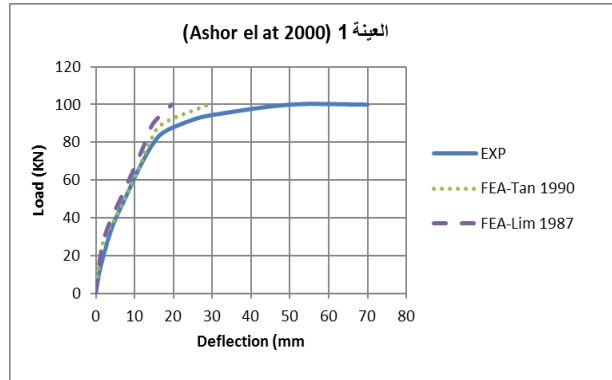
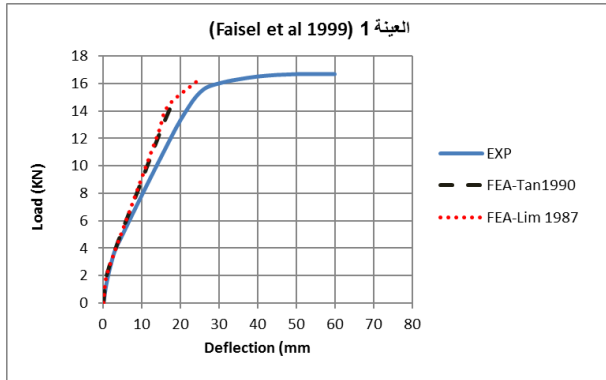
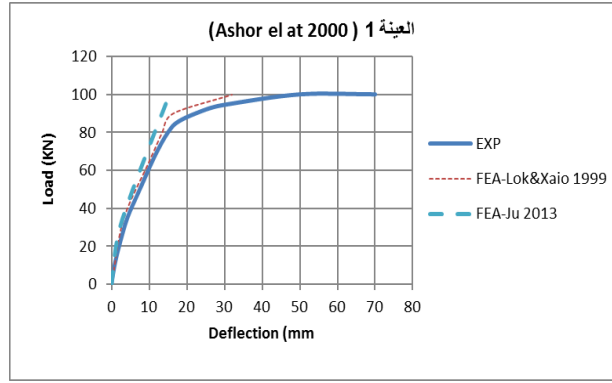
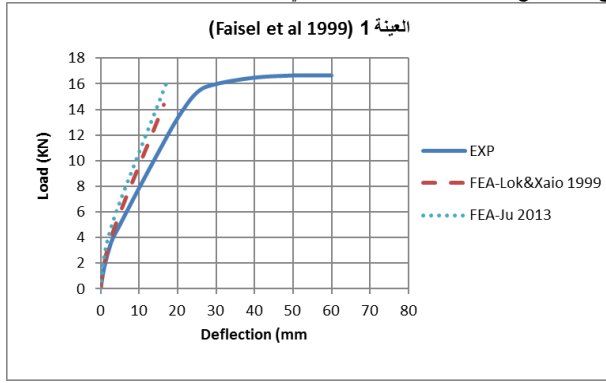
:المرحلة الأولى (Stage 1)

$$\begin{aligned} \epsilon_r &< \epsilon_{cr} \\ \delta r &= \epsilon_c \epsilon_r \\ \epsilon_{cr} &= \frac{f_{cr}}{E_c} = \frac{0.33 \sqrt{f_c'}}{E_c} \end{aligned}$$

:المرحلة الثانية (Stage 2)

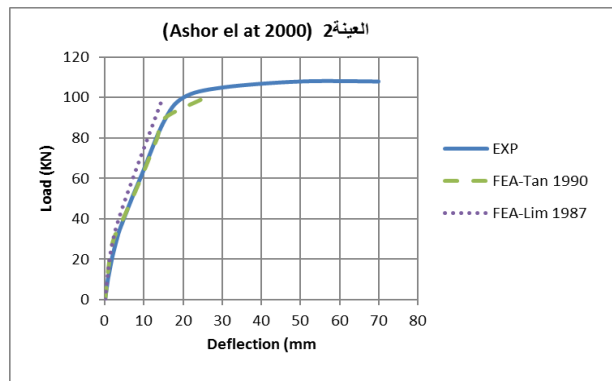
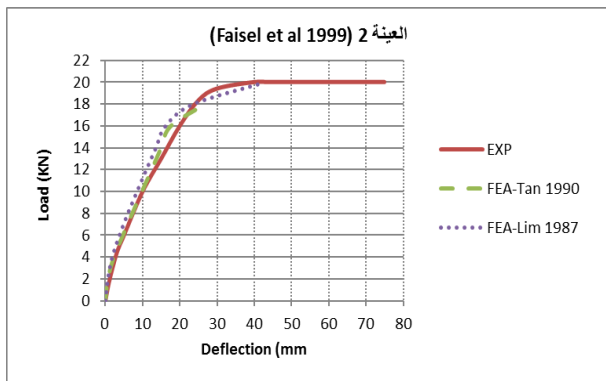
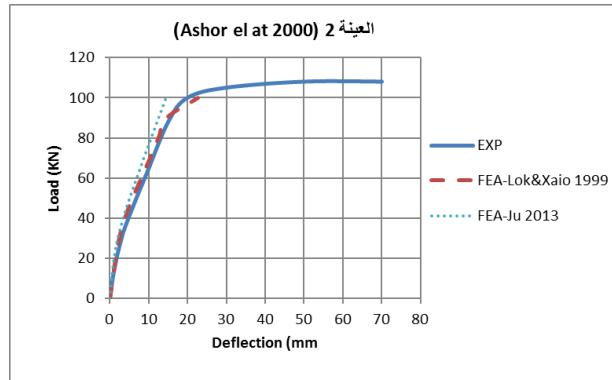
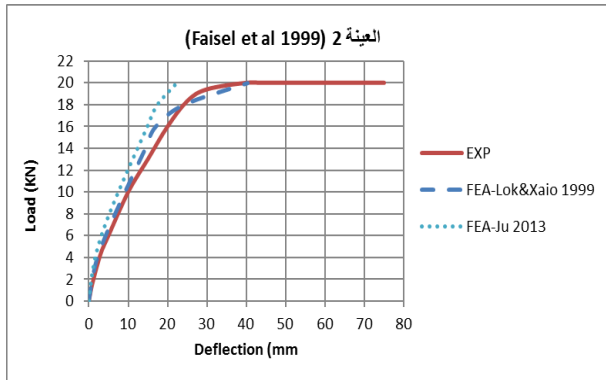
$$\begin{aligned} \epsilon_r &\geq \epsilon_{cr} \\ \delta r &= \frac{0.33 \sqrt{f_c'} + 3.5 f}{1 + (500 \epsilon_r)^{0.5(1-f)}} \\ f &= v_f \frac{lf}{df} \quad \text{6. النتائج} \end{aligned}$$

الأشكال الآتية توضح بعض نتائج منحنى الحمل والانحراف لعدد من عينات الدراسة وذلك باستخدام النماذج الرياضية المقترحة وادماجها في برنامج Midas FEA.



الشكل 15. منحنى الحمل والانحراف للعيينة رقم 1 في دراسة (Faisal el at 1999)

الشكل 13. منحنى الحمل والانحراف للعيينة رقم 1 في دراسة (Ashor el at 2000)



الشكل 16. منحنى الحمل والانحراف للعيينة رقم 2 في دراسة (Faisal el at 1999)

الشكل 14. منحنى الحمل والانحراف للعيينة رقم 2 في دراسة (Ashor el at 2000)

■ **مرحلة ما قبل التشقق الاولى [عند نسبة تحميل 10%]**  
من خلال نتائج المتوسط الحسابي وجد ان النموذج الرياضي (Lok & Xaio 1999) هو أفضل نموذج رياضي من بين النماذج الأربعة وكذلك بالنسبة لقيمة الانحراف المعياري وجد ان النتائج المتحصل عليها من هذا النموذج هي الأدق وذلك من خلال تقارب النتائج من بعضها

■ **مرحلة التشقق [عند نسبة تحميل 50%]**  
النموذج الرياضي (Lim et al 1987) وجد انه أفضل نموذج رياضي في هذه المرحلة بالنسبة للمتوسط الحسابي، أما نتائج الانحراف المعياري وجد ان النموذج الرياضي (Lim et al 1987) غير دقيقة وذلك بسبب تشتت هذه النتائج وان قيمة الانحراف المعياري لنتائج النموذج الرياضي (Tan&Mansur1990) هي الأدق.

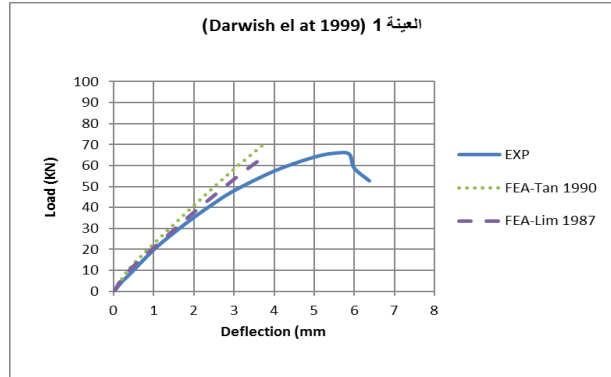
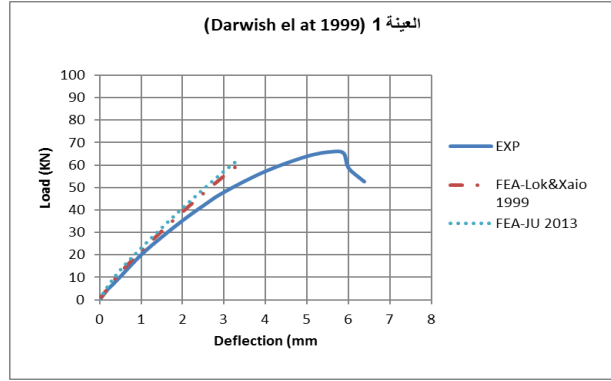
■ **مرحلة ما قبل الانهيار [عند نسبة تحميل 80%]**  
نتائج هذه المرحلة تعتبر دقيقة بالنسبة عندما تم استخدام النماذج (Lok & Xaio 1999) و (Lim et al 1987)، بالنسبة لمقارنة قيم المتوسط الحسابي، أما بالنسبة لقيمة الانحراف المعياري فنتائج النموذجين (Lim et al 1987) و (Tan&Mansur1990) فهي الأقرب للصفر أي الأكثر دقة.

بشكل عام ومن خلال قيم المتوسط الحسابي لنتائج النمذجة ومقارنتها بالنتائج العملية للعينات يلاحظ أن نتائج النموذج الرياضي (Lok & Xaio 1999) هي أفضل النتائج من بين النماذج الأربعة في جميع عينات الدراسة وعند نسب التحميل المختلفة (10% و 50% و 80%)، وكذلك بالنسبة لقيم الانحراف المعياري فقد بينت النتائج أن القيم المتحصل عليها من هذا النموذج هي الأدق والأقرب فيما بينها لقيم المتوسطات الحسابية للنتائج وذلك حتى مع اختلاف المتغيرات في جميع عينات الدراسة.

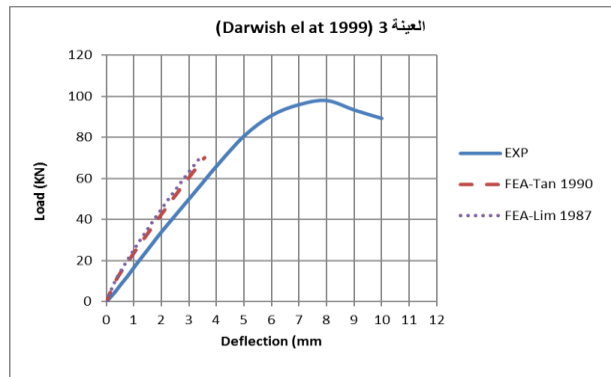
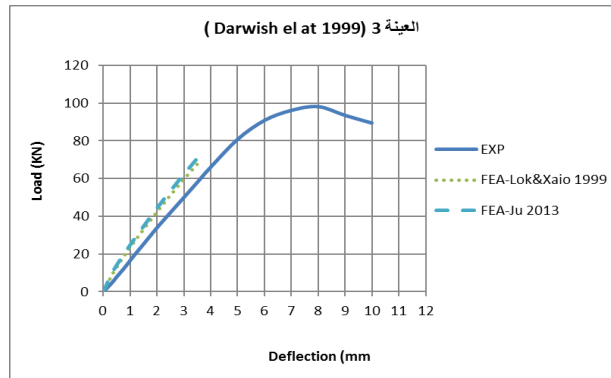
## 7. الخلاصة

من خلال ماورد في الدراسات السابقة ومن النتائج المتحصل عليها في هذه الدراسة من النمذجة باستخدام برنامج (Midas FEA) لعينات تحتوي على نسب مختلفة من الألياف الحديد وأبعاد وخواص وتفصيل تسليح مختلفة يمكن تلخيص ما يلي:

- إضافة ألياف الحديد لها تأثير على مقاومة الضغط للخرسانة ولكن تأثيرها كان أكثر وضوحاً على مقاومة الشد الغير مباشر.
- أظهرت نتائج نمذجة الكمرات الخرسانية المسلحة المحتوية على ألياف الحديد زيادة ملحوظة في قيم حمل التشقق الاولى.
- عند زيادة نسبة الألياف تزداد مقاومة الانحناء القصوى للكمرات الخرسانية.
- تزداد مطيلية ومثانة الخرسانة بسبب زيادة نسبة الألياف الحديدية فيها خصوصاً في مرحلة ما بعد التشقق وتسجل قيم أكبر للانحراف.
- من خلال ادماج مجموعة من النماذج الرياضية عند نمذجة وتحليل الكمرات الخرسانية المسلحة بالألياف الحديد باستخدام برنامج (Midas FEA) وجد أن النموذج الرياضي (Lok & Xaio1999) هو الأكثر دقة وتقارباً مقارنة بالنماذج الرياضية الأخرى



الشكل 17. منحنى الحمل والانحراف للعيينة رقم 1 في دراسة (Darwish el at 1999)



الشكل 18. منحنى الحمل والانحراف للعيينة رقم 3 في دراسة (Darwish el at 1999)

يستعرض الجدول رقم (3) ملخص للنتائج المتحصل عليها من نمذجة العينات باستخدام Midas FEA ومقارنتها مع النتائج العملية.

جدول 3. متوسط نتائج الانحراف لعينات الدراسة

النموذج الرياضي	النتائج										
	رقم العينة	نسبة التحميل	المتوسط حسب نسبة التحميل	نسبة تحميل 10%		نسبة تحميل 50%		نسبة تحميل 80%		المتوسط الكلي	الانحراف المعياري الكلي
				المتوسط	الانحراف المعياري	المتوسط	الانحراف المعياري	المتوسط	الانحراف المعياري		
Loak & Xio (1999)	1	%10	0.828	0.939	0.118	0.977	0.052	1.033	0.076	0.983	0.085
		%50	0.954								
		%80	1.048								
	2	%10	0.926								
		%50	0.941								
		%80	1.100								
	3	%10	1.062								
		%50	1.036								
		%80	0.950								
Tan and Mansur (1990)	1	%10	0.580	0.775	0.223	1.082	0.019	1.045	0.037	0.967	0.184
		%50	1.082								
		%80	1.076								
	2	%10	0.728								
		%50	1.062								
		%80	1.054								
	3	%10	1.018								
		%50	1.101								
		%80	1.003								
Lim et al (1987)	1	%10	0.597	0.780	0.209	0.999	0.100	0.997	0.040	0.926	0.160
		%50	1.038								
		%80	1.040								
	2	%10	0.735								
		%50	0.886								
		%80	0.992								
	3	%10	1.008								
		%50	1.074								
		%80	0.960								
Ju et al (2013)	1	%10	0.594	0.775	0.212	0.811	0.045	0.903	0.084	0.830	0.129
		%50	0.850								
		%80	0.913								
	2	%10	0.723								
		%50	0.820								
		%80	0.982								
	3	%10	1.008								
		%50	0.761								
		%80	0.815								



- [12] RILEM TECHNICAL COMMITTEES, RILEM TC 162-TDF: Test and Design Method for Steel Fibre-Reinforced Concrete, Recommendation: S@E Design Method. Materials and Structures, RILEM, 2000, 33; 75-81.
- [13] RILEM TECHNICAL COMMITTEES, RILEM TC 162-TDF: Test and Design Method for Steel Fibre-Reinforced Concrete, Final Recommendation: S@E Design Method. Materials and Structures, RILEM, 2003, 36; 560-567.
- [14] BARROS, J.A.O., and FIGUEURAS, J.A., Flexural behavior of SFRC: Testing and Modelling. Journal of Materials in Civil Engineering. ASCE, 1999, 11 (4), 331-339.
- [15] TILEMAT, H., PILAKOUTAS, K., and NEOCLEOUS, K., Stress-strain Characteristic of SFRC using Recycled Fibers. Materials and Structures, RILEM, 2006, 39, 365-377.
- [16] LOK, T.S., and PEI, J.S., Flexural Behavior of Steel Fiber-Reinforced Concrete. Journal of Materials in Civil Engineering. ASCE, 1996, 10 (2), 86-97.
- [17] LOK, T.S., and XIAO, J.R., Flexural Strength Assessment of Steel Fiber-Reinforced Concrete. Journal of Materials in Civil Engineering. ASCE, 1999, 11 (3), 188-196.
- [18] SRYH L., ALNAAS W., ALSHARIF M. AND ALSHARIF A., Effect of Adding Steel Fibres on The Flexural Behaviour of Reinforced Concrete Beams. In Proceedings of: The 2ed Conference on Engineering Sciences and Technology, 29 – 31 October 2019, Sabratha University, Libya.
- [19] ASHOUR, S. A., WAFI, F. F. & KAMAL, M. I., Effect of the concrete compressive strength and tensile reinforcement ratio on the flexural behavior of fibrous concrete beams. Engineering Structures, 2000, 22, 1145-1158.
- [20] FAISAL FOUAD WAFI, Associate Professor. Properties and Applications of Fiber Reinforced Concrete. Faculty of Engineering, King Abdulaziz University, JKAU: Eng. Sci., 1999, Vol. 2, pp. 49-63(1410 A.H./1990 A.D).
- [21] R. NARAYANAN and I. Y. S. DARWISH, Use of Steel Fibers as Shear Reinforcement, 1999.
- [22] JU, HYUNJIN, ET AL. Fixed-angle smeared-truss approach with direct tension force transfer model for torsional behavior of steel fiber-reinforced concrete members. Journal of Advanced Concrete Technology, 2013, 11.9: 215-229.

## الشكر والتقدير

نتقدم بالشكر والتقدير للطالبين: حذيفة عبد الحكيم أوليطي وأحمد محمد عباد، على ما قدموه من مساعدة في إنجاز جزء من هذا البحث ضمن متطلبات مشروع تخرجهم لنيل درجة البكالوريوس في المرحلة الجامعية.

## المراجع

- [1] BENTUR, Arnon; MINDESS, Sidney. Fibre reinforced cementitious composites. Crc Press, 2006.
- [2] ACI COMMITTEE 544. Design Considerations for Steel Fiber Reinforced Concrete (ACI 544.4 R-09). American Concrete Institute, Farmington Hills, Michigan, 2009.
- [3] MEDA, Alberto; MINELLI, Fausto; PLIZZARI, Giovanni A. Flexural behaviour of RC beams in fibre reinforced concrete. Composites Part B: Engineering, 2012, 43.8: 2930-2937.
- [4] KANG, Thomas HK, et al. Shear-Flexure Coupling Behavior of Steel Fiber-Reinforced Concrete Beams. ACI Structural Journal, 2012, 109.4.
- [5] ALTUN, Fatih; HAKTANIR, Tefaruk; ARI, Kamura. Effects of steel fiber addition on mechanical properties of concrete and RC beams. Construction and Building Materials, 2007, 21.3: 654-661.
- [6] ASHOUR, S. A., WAFI, F. F. & KAMAL, M. I., Effect of the concrete compressive strength and tensile reinforcement ratio on the flexural behavior of fibrous concrete beams. Engineering Structures, 2000, 22, 1145-1158.
- [7] CHUNXIANG, Q. & PATNAIKUNI, I., Properties of high-strength steel fiber-reinforced concrete beams in bending. Cement and Concrete Composites, 1999, 21, 73-81.
- [8] SWAMY, F. N.; SA'AD, A. Deformation and ultimate strength in flexure of reinforced. ACI JOURNAL, 1981.
- [9] LIM, T., PARAMISIVAM, P. & LEE, S., Bending behavior of steel-fiber concrete beams. Structural Journal, 1987, 84, 524-536.
- [10] ALSAYED, S. H., Flexural deflection of reinforced fibrous concrete beams. ACI Structural Journal, 1993, 90.
- [11] ASHOUR, S. A., MAHMOOD, K. & WAFI, F. F., Influence of steel fibers and compression reinforcement on deflection of high-strength concrete beams. ACI Structural Journal, 1997, 94, 611-624.